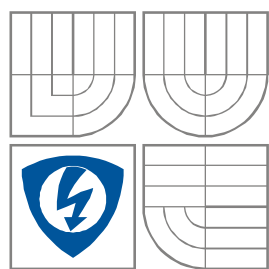


**VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ**  
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



**FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH  
TECHNOLOGIÍ**  
**ÚSTAV AUTOMATIZACE A MĚŘICÍ TECHNIKY**

FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND COMMUNICATION  
DEPARTMENT OF CONTROL AND INSTRUMENTATION

# **NEJISTOTY A KOMPATIBILITA PŘÍMÉHO MĚŘENÍ FREKVENCE**

UNCERTAINTY AND COMPATIBILITY OF DIRECT FREQUENCY MEASUREMENT

**BAKALÁŘSKÁ PRÁCE**  
BACHELOR'S THESIS

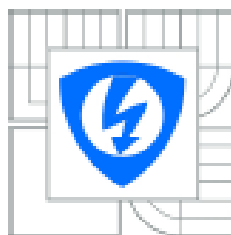
**AUTOR PRÁCE**  
AUTHOR

Ondřej Zikmund

**VEDOUcí PRÁCE**  
SUPERVISOR

Ing. Marie Havlíková, Ph.D.

BRNO 2011



VYSOKÉ UČENÍ  
TECHNICKÉ V BRNĚ

Fakulta elektrotechniky  
a komunikačních technologií

Ústav automatizace a měřicí techniky

# Bakalářská práce

bakalářský studijní obor  
Automatizační a měřicí technika

Student: Ondřej Zikmund  
Ročník: 3

ID: 109746  
Akademický rok: 2010/2011

## NAZEV TĚMATU:

**Nejistoty a kompatibilita přímého měření frekvence**

## POKYNY PRO VYPRACOVÁNÍ:

1. Na základě literární rešerše popište obecné postupy při vyhodnocování standardních nejistot přímých a nepřímých měření, možné zdroje nejistot, zákon šíření nejistot a vyhodnocování kompatibility měření.
2. Vypracujte obecný postup pro vyhodnocování standardních nejistot přímého měření frekvence digitálními přístroji, které určí vedoucí práce.
3. Realizujte zkušební měření frekvence digitálními měřidly Agilent 53131A, GFC-8131H, Agilent 34401A, Metex M-3890D. Určete velikost standardních nejistot měření frekvence uvedenými měřidly a vyhodnoťte kompatibilitu měření vzhledem k referenčnímu měřidlu, kterým je čítač Agilent 53131A.
4. Dbejte pokynů vedoucí práce.

## DOPORUČENÁ LITERATURA:

- [1] Dokumenty EAL  
[2] PALENČAR, R., VDOLEČEK, F., HALAJ, M. Nejistoty v měření I až V, Soubor článků v časopisech AUTOMA, č. 7-8/2001, č.10/2001, č.12/2001, č.4/2002, č.5/2002

Termín zadání: 7.2.2011

Termín odevzdání: 30.5.2011

Vedoucí práce: Ing. Marie Havliková, Ph.D.

prof. Ing. Pavel Jura, CSc.  
Předseda oborové rady

## UPOZORNĚNÍ:

Autor bakalářské práce nesmí při vytváření bakalářské práce porušit autorská práva třetích osob, zejména nesmí zasahovat nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a musí si být plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení části druhé, hlavy VI. díl 4 Trestního zákoníku č.40/2009 Sb.

## **Abstrakt**

Tato bakalářská práce je zaměřena na vyhodnocování přímého měření frekvence s výpočtem velikostí standardních nejistot. Součástí práce je porovnání měření frekvence různými digitálními měřidly vzhledem k referenčnímu měřidlu, kterým je čítač HP 53131A. Cílem je osvojit si metodiku výpočtů nejistot a hodnocení kompatibility měření. Výsledkem bakalářské práce je porovnání dosažených výsledků měření frekvence měřidly HP 53131A, GFC-8131H, HP 34401A a M-3890D včetně grafických interpretací.

## **Klíčová slova**

Standardní nejistota typu A, standardní nejistota typu B, kombinovaná nejistota, rozšířená nejistota, kompatibilita měření, frekvence, přímé měření

## **Abstract**

This thesis is focused on evaluation of direct measurement of frequency with the calculation of the standard uncertainty. The part of this thesis is comparison of frequency measurement through the different digital measuring instrument with reference measuring instrument – the scaler HP 53131A. The main aim in thesis is to master the methodology of uncertainty calculation and the evaluation of compatibility of measurement. The result of this thesis is comparison of results of frequency measurement through HP 53131A, GFC-8131H, HP 34401A, M-3890D including the graphic interpretation.

## **Keywords**

Standard uncertainty type A, standard uncertainty type B, combined uncertainty, extended uncertainty, compatibility measurement, frequency, direct measurement

### **Bibliografická citace:**

ZIKMUND, O. Nejistoty a kompatibilita přímého měření frekvence. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, 2011. 52s. Vedoucí bakalářské práce byla Ing. Marie Havlíková, Ph.D.

## **Prohlášení**

„Prohlašuji, že svou bakalářskou práci na téma NEJISTOTY A KOMPATIBILITA PŘÍMÉHO MĚŘENÍ FREKVENCE jsem vypracoval samostatně pod vedením vedoucí bakalářské práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou citovány v práci a uvedeny v seznamu literatury na konci práce.

Jako autor uvedené bakalářské práce dále prohlašuji, že v souvislosti s vytvořením této bakalářské práce jsem neporušil autorská práva třetích osob, zejména jsem nezasáhl nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a jsem si plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení části druhé, hlavy VI. díl 4 Trestního zákoníku č. 40/2009 Sb.

V Brně dne: **23. května 2011**

.....  
podpis autora

## **Poděkování**

Chtěl bych poděkovat své vedoucí bakalářské práce paní Ing. Marii Havlíkové, Ph.D. za odborné vedení, nesmírnou ochotu a cenné rady, které mi poskytovala při zpracování této práce.

V Brně dne: **23. května 2011**

.....

podpis autora

# Obsah

1	Úvod .....	10
1.1	Co je to nejistota měření [1], [9] .....	10
1.2	Složky nejistot [1],[8].....	10
2	Nejistoty měření .....	12
2.1	Typy nejistot [1], [6], [8].....	12
2.1.1	Nejistota typu A a její vyhodnocení [1] .....	12
2.1.2	Nejistota typu B a její vyhodnocení [1] .....	12
2.1.3	Nejistoty kombinované a rozšířené [1] .....	13
2.2	Zdroje nejistot .....	15
2.3	Stanovení standardních nejistot při přímém měření [2], [7] .....	15
2.3.1	Výpočet standardní nejistoty typu A.....	15
2.3.2	Výpočet standardní nejistoty typu B .....	16
2.3.3	Vyjádření výsledků .....	17
2.4	Stanovení standardních nejistot při nepřímém měření [3], [4], [5] .....	19
2.5	Kovariance a výsledné nejistoty [3], [4], [5].....	19
2.5.1	Stanovení kovariance mezi dvěma odhady metodou typu A [3].....	20
2.5.2	Stanovení kovariance mezi dvěma odhady metodou typu B [3].....	20
2.6	Kompatibilita měření [8].....	22
3	Standardní nejistoty přímého měření frekvence.....	24
3.1	Vlastní měření frekvence [10].....	24
3.2	Standardní nejistota A .....	29
3.3	Standardní nejistota B .....	29
3.3.1	Výpočet nejistoty čítače HP 53131A [11].....	30
3.3.2	Výpočet nejistoty čítače GFC-8131H [12].....	31
3.3.3	Výpočet nejistoty multimetru HP 34401A [13] .....	31
3.3.4	Výpočet nejistoty multimetru M-3890D [14] .....	33
3.4	Kombinované nejistoty $u_c$ .....	33
3.5	Výpočet rozšířené nejistoty $U$ .....	33
3.6	Přehledy dílčích nejistot jednotlivých měřidel .....	34
4	Analýza výsledků měření .....	38
4.1	Vyhodnocení kompatibility měření.....	38
4.2	Porovnání rozšířených nejistot.....	41
5	Závěr.....	46

# Seznam obrázků

Obrázek 1.2-1 Typy nejistot vzhledem ke skutečné hodnotě .....	11
Obrázek 2.1-1 Normální (Gaussovo)                      rozdělení pravděpodobnosti .....	14
Obrázek 2.1-2 Postup při určování celkové nejistoty .....	14
Obrázek 2.6-1 Grafické znázornění kompatibility výsledků .....	23
Obrázek 4.2-1 Grafické porovnání měřicích přístrojů HP 53131A, GFC-8131H, HP 34401A, M-3890D, $f_{\text{gen}}=5$ Hz. ....	42
Obrázek 4.2-2 Grafické porovnání měřicích přístrojů HP 53131A, GFC-8131H, HP 34401A, $f_{\text{gen}}=5$ Hz .....	42
Obrázek 4.2-3 Grafické porovnání měřicích přístrojů HP 53131A, GFC-8131H, $f_{\text{gen}}=5$ Hz .....	42
Obrázek 4.2-4 Grafické porovnání měřicích přístrojů HP 53131A, GFC-8131H, HP 34401A, M-3890D, $f_{\text{gen}}=100$ Hz .....	43
Obrázek 4.2-5 Grafické porovnání měřicích přístrojů HP 53131A, GFC-8131H, HP 34401A, $f_{\text{gen}}=100$ Hz.....	43
Obrázek 4.2-6 Grafické porovnání měřicích přístrojů HP 53131A, GFC-8131H, HP 34401A, M-3890D, $f_{\text{gen}}=5$ kHz.....	44
Obrázek 4.2-7 Grafické porovnání měřicích přístrojů HP 53131A, GFC-8131H, HP 34401A, $f_{\text{gen}}=5$ kHz .....	44
Obrázek 4.2-8 Grafické porovnání měřicích přístrojů HP 53131A, GFC-8131H, $f_{\text{gen}}=5$ kHz .....	44
Obrázek 4.2-9 Grafické porovnání měřicích přístrojů HP 53131A, GFC-8131H, HP 34401A, M-3890D, $f_{\text{gen}}=500$ kHz .....	45
Obrázek 4.2-10 Grafické porovnání měřicích přístrojů HP 53131A, GFC-8131H, HP 34401A, $f_{\text{gen}}=500$ kHz.....	45
Obrázek 4.2-11 Grafické porovnání měřicích přístrojů HP 53131A, GFC-8131H, $f_{\text{gen}}=500$ kHz .....	45



# Seznam tabulek

Tabulka 2.3-1 Bilanční tabulka v obecné podobě.....	19
Tabulka 3.1-1 Měření frekvence, čítač HP 53131A - referenční měřidlo.....	25
Tabulka 3.1-2 Měření frekvence, čítač GFC-8131H.....	26
Tabulka 3.1-3 Měření frekvence, multimetr HP 34401A .....	27
Tabulka 3.1-4 Měření frekvence, multimetr M-3890D .....	28
Tabulka 3.2-1 Hodnoty $f_{HP\ 53131}$ pro $f_{gen} = 5\ Hz$ .....	29
Tabulka 3.3-1 Přehled koeficientů $k_{Aging}$ pro 1rok od poslední kalibrace .....	32
Tabulka 3.6-1 Přehled dílčích nejistot čítače HP 53131A - referenční měřidlo .....	34
Tabulka 3.6-2 Přehled dílčích nejistot čítače GFC-8131H.....	35
Tabulka 3.6-3 Přehled dílčích nejistot multimetru HP 34401A .....	36
Tabulka 3.6-4 Přehled dílčích nejistot multimetru M-3890D .....	37
Tabulka 4.1-1 Vyhodnocení kompatibility čítače GFC-8131H s ref. měřidlem HP 53131A .....	38
Tabulka 4.1-2 Vyhodnocení kompatibility multimetru HP 34401A s ref. měřidlem HP 53131A .....	39
Tabulka 4.1-3 Vyhodnocení kompatibility multimetru M-3890D s ref. měřidlem HP 53131A .....	40
Tabulka 4.2-1 Číselné porovnání nejistot, $f_{gen}=5\ Hz$ , HP 53131, GFC-8131H, HP 34401A, M-3890D ....	42
Tabulka 4.2-2 Číselné porovnání nejistot, $f_{gen}=100\ Hz$ , HP 53131, GFC-8131H, HP 34401A, M-3890D	43
Tabulka 4.2-3 Číselné porovnání nejistot, $f_{gen}=5\ kHz$ , HP 53131, GFC-8131H, HP 34401A, M-3890D.	44
Tabulka 4.2-4 Číselné porovnání nejistot, $f_{gen}=500\ kHz$ , HP 53131, GFC-8131H, HP 34401A, M-3890D.....	45

# 1 ÚVOD

## 1.1 Co je to nejistota měření [1], [9]

V praxi neexistuje žádné měření, žádný měřicí přístroj ani žádná metoda, která je absolutně přesná. Nejrůznějšími vlivy, které se v reálném procesu měření určité veličiny vyskytují, se projeví odchylka mezi skutečnou a naměřenou hodnotou. Předpokládá se ale, že výsledek se pohybuje v určitém tolerančním poli kolem skutečné hodnoty, ale téměř nikdy nenastává ideální ztotožnění obou hodnot. Je to interval s určitou pravděpodobností výskytu skutečné hodnoty měřené veličiny.

Definice NEJISTOTY MĚŘENÍ dle ČSN EN 60359 [9]:

„Parametr přiřazený k výsledku měření charakterizující rozptýlení hodnot, které lze důvodně předpokládat za hodnotu veličiny, která je objektem měření. Tímto parametrem může být standardní (směrodatná) odchylka nebo její násobek.“

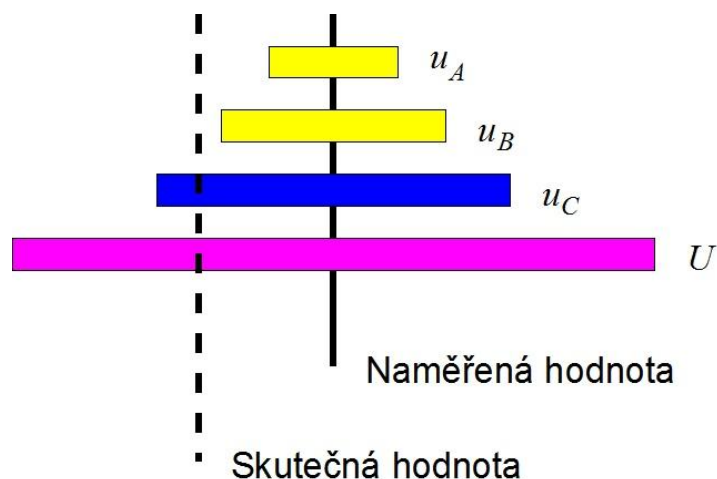
Pojem NEJISTOTA MĚŘENÍ je v dnešní době již neodmyslitelnou součástí metrologie, hlavně v oblasti kalibrace. Postupně nahrazuje metodu CHYBA MĚŘENÍ. Metodika nejistot měření začala vznikat přibližně od začátku devadesátých let dvacátého století. Na základě tehdejšího přijímání velkého množství navazujících doporučení a koncepcí byl v roce 1990 vydán dokument Západoevropského kalibračního sdružení WECC č. 19, na jehož základě byly postupně přijímány další mezinárodní předpisy s cílem zajistit jednotné vyjadřování nejistot měření. Za vrcholný dokument (směrnici) se považuje Guide to Expression of the Uncertainty of Measurement z roku 1993, vydaný mezinárodními metrologickými orgány. U nás metodu nejistot měření reprezentují Technické předpisy TPM řady 005x, odkud přechází do dalších norem přijímaných v harmonizaci ISO a EN.

## 1.2 Složky nejistot [1],[8]

Celková nejistota měření se skládá z několika dílčích nejistot (složek). Ke stanovení dílčích nejistot jsou stanoveny tyto metody:

- statické zpracování naměřených údajů (metoda typu A, resp. nejistota typu A)
- jiné než statické zpracování naměřených údajů (metoda typu B, resp. nejistota typu B).

Výsledná kombinovaná nejistota se snadno určí prostřednictvím součtu čtverců jednotlivých typů nejistot. Pro větší přesnost nám slouží nejistota rozšířená, která nám dokáže téměř 100%-ní přesnost výsledku nejistoty. Příklad poměrů nejistot je znázorněn na obrázku: Obrázek 1.2-1.



Obrázek 1.2-1 Typy nejistot vzhledem ke skutečné hodnotě

Celá metodika určování nejistot je velmi komplikovaná a složitá. Nejprve si tuto problematiku přiblížíme pouze základně. Předpokládejme, že jednoduchá výstupní funkce  $y$  je tvořena několika vstupními parametry

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_m), \quad (1.1)$$

kde:

- $y$  - odhad výstupní veličiny,
- $x_i$  - odhady vstupních veličin,
- $f$  - známý funkční vztah.

Obecně lze potom napsat vztah pro nejistotu  $u(y)$  odhadu výstupu  $y$ :

$$u(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^m A_i^2 \cdot u_i^2(x)}, \quad (1.2)$$

kde:

$u_i(y)$  - jednotlivé složky nejistot,

$A_i$  - koeficient citlivosti převodu příslušného zdroje nejistoty, který se zná, nebo se určí jako parciální derivace funkce  $y$   $\delta y$ , podle příslušné vstupní veličiny  $x_i \delta x_i$ :

$$A_i = \frac{\partial y}{\partial x_i} = \frac{\partial (x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_m)}{\partial x_i} \quad (1.3)$$

## 2 NEJISTOTY MĚŘENÍ

### 2.1 Typy nejistot [1], [6], [8]

Postupné vyjádření dílčích nejistot A a B, kombinované, a rozšířené. Celkový postup při vyhodnocování nejistot nám znázorňuje obrázek: *Obrázek 2.1-2.*

#### 2.1.1 Nejistota typu A a její vyhodnocení [1]

Vyhodnocování metody typu A vychází ze série opakovaných měření a jejich zpracování pomocí statistické analýzy. (Podobně jako u chyby měření) Pokud provedeme  $n$  nezávislých pozorování za stejných měřicích podmínek, kdy  $n > 1$ , bude výsledná hodnota  $y$  reprezentována jejich aritmetickým průměrem podle vztahu:

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i . \quad (2.1)$$

Nejistota, která přísluší odhadu  $y$   $u_A(y)$ , se vypočítá jako směrodatná odchylka  $s_y$  od tohoto aritmetického průměru takto:

$$s_y = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \Delta_{yi}^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n-1}} . \quad (2.2)$$

Potom lze pro výběrovou směrodatnou odchylku napsat vztah:

$$u_A(y) = s_{\bar{y}} = \frac{s_y}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} , \quad (2.3)$$

kde:

$s_y$  - směrodatná odchylka výběrového rozptylu

$s_{\bar{y}}$  - směrodatná odchylka aritmetického průměru

Jelikož se zvětšujícím se počtem měření klesá nejistota typu A, což vyplývá ze vztahu pro  $u_A(y)$ , doporučuje se opakovat měření: minimálně –  $n = 10$

ideálně –  $n > 10$  (hodnota  $u_A(y)$  je potom velmi spolehlivá)

Pokud bude kolísání příliš velké, a nezvolí se dostatečný počet opakování měření, bude zapotřebí odhadnout tuto nejistotu metodou typu B na základě jiných informací, než jsou současné výstupní hodnoty  $y$ .

#### 2.1.2 Nejistota typu B a její vyhodnocení [1]

Jak již bylo řečeno, standardní nejistota typu B je založena na jiných než statických zpracování naměřených údajů. Nachází se tu opět určitá podobnost s měřením chyby,

ale rozhodně nejde o totožnou či jednoznačnou souvislost, protože nejistotou typu B lze odhadnout například i vliv náhodných chyb (využívá se při kalibraci přístroje).

Vyhodnocení této nejistoty je mnohem složitější, protože se nevychází z výsledků série měření, ale ze všech možných dostupných informací, a následným racionálním úsudkem se odhadne dílčí a následně celková nejistota.

Nejčastěji používané informace k určení nejistoty typu B jsou:

- údaje od výrobce,
- zkušenosti z předchozích měření,
- zkušenosti s vlastnostmi chování různých materiálů a techniky,
- údaje z kalibračního certifikátu,
- referenční údaje podle příručky.

Vychází se z dílčích složek nejistot jednotlivých zdrojů  $u_B(z_j)$ :

$$u_B(z_j) = \frac{z_{j\max}}{k}, \quad (2.4)$$

kde:

- $z_{j\max}$  - známá odchylka j-tého zdroje nejistoty,  
 $k$  - součinitel (určený ze zákona rozdělení), kterým se příslušný zdroj nejistoty řídí.

Někdy (například z kalibračního certifikátu či návodu k přístroji) může být standardní nejistota  $u_B(y)$  známá. Výsledná nejistota B se určí podobně jako nejistota A podle vzorce:

$$u_B(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^p A_j^2 u_B^2(z_j)}, \quad (2.5)$$

kde:

- $u_B(z_j)$  - jednotlivé zdroje nejistot,  
 $A_j$  - jejich součinitele citlivosti.

### 2.1.3 Nejistoty kombinované a rozšířené [1]

Problematika nejistot v praxi je tak složitá, že málokdy vystačí pouze jeden typ nejistot samostatně. Většinou potom nastává situace, kdy se musí použít kombinace obou typů nejistot  $u_A(y)$  a  $u_B(y)$ , která se nazývá nejistota kombinovaná. Označuje se  $u_C(y)$ . Jak již bylo zmíněno, jde o součet čtverců obou základních typů nejistot podle vztahu:

$$u_C^2(y) = u_A^2(y) + u_B^2(y), \quad (2.6)$$

respektive:

$$u_C(y) = \sqrt{u_A^2(y) + u_B^2(y)}. \quad (2.7)$$

Pokud nestačí pouze standardní nejistoty, je zapotřebí použít nejistoty rozšířené. Rozšířené nejistoty vzniknou vynásobením standardních nejistot koeficientem rozšíření  $k_r$ , který je závislý na typu rozdělení.

Rozšířená nejistota je tedy dána vztahem:

$$U = k_r \cdot u_C, \quad (2.8)$$

kde:

$U$  - rozšířená nejistota,

$k_r$  - koeficient rozšíření,

$u_C$  - kombinovaná nejistota.

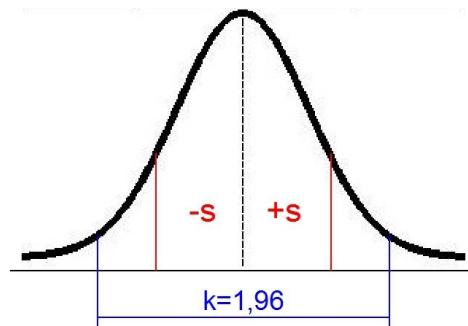
Např. pro normální (Gaussovo) rozdělení :

$k_r=1,73$  -interval s pravděpodobností 91%,

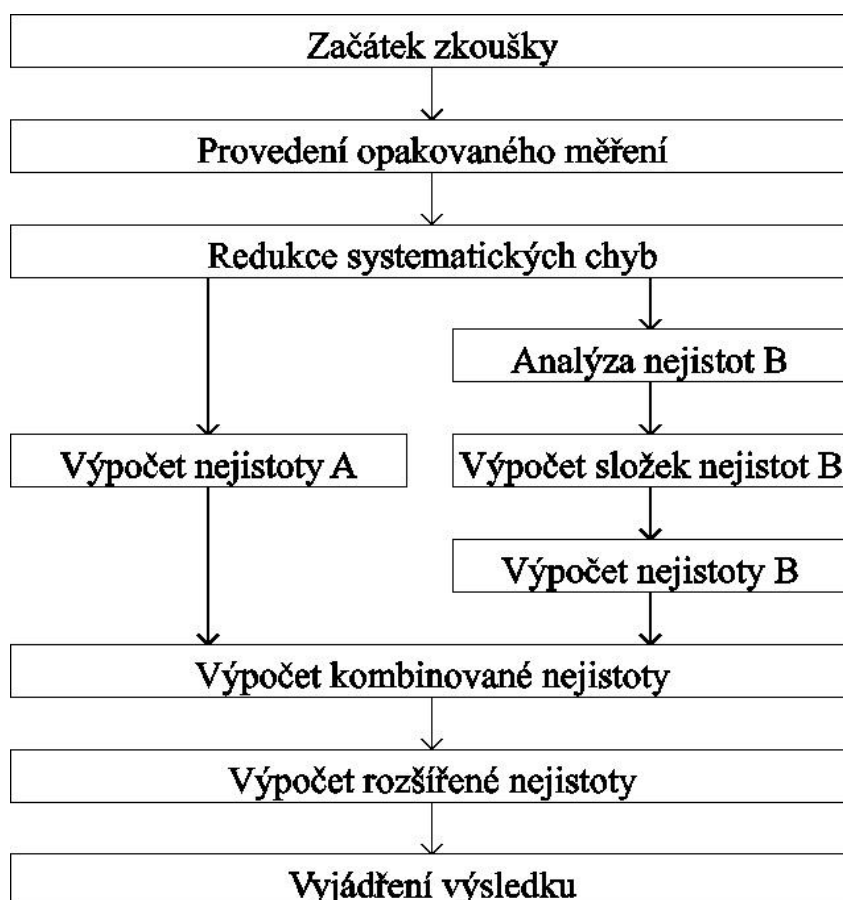
$k_r=1,96$  -interval s pravděpodobností 95%,

$k_r=2,58$  -interval s pravděpodobností 99%,

$k_r=3$  -interval s pravděpodobností 99,73%.



Obrázek 2.1-1 Normální (Gaussovo) rozdělení pravděpodobnosti



Obrázek 2.1-2 Postup při určování celkové nejistoty

## 2.2 Zdroje nejistot

Všechny vlivy, které jakkoli ovlivňují nebo mohou ovlivnit výsledek od hodnoty skutečné, se nazývají zdroje nejistot. Například to jsou:

- Špatná realizace či definice měřené veličiny
- Nevhodný přístroj
- Špatná vzorkovací frekvence
- Špatný postup měření
- Hystereze
- Zaokrouhlování či jiné zjednodušování konstant a hodnot
- Zjednodušení vzorců za určitého předpokladu (např. idealizace měřené soustavy)
- Nedodržení stejných podmínek při sérii měření
- Neznalost prostředí
- Neznalost chování materiálů v určitém prostředí
- Vliv obsluhy

Některé zdroje jsou standardní nejistoty typu A, některé typu B, některé se projevují kombinací obou typů. V tom je ale určité nebezpečí, že se někdy může stát, že na jednu z dílčích složek nejistot můžeme zapomenout, a to může mít velice výrazný nežádoucí efekt na výsledek.

## 2.3 Stanovení standardních nejistot při přímém měření [2], [7]

### 2.3.1 Výpočet standardní nejistoty typu A

Metoda typu A je založena na statistické analýze (opakovaných měření). Předpokládá se, že všechna na sobě nezávislá měření jsou prováděny za shodných měřicích podmínek. Jako příklad je uvedeno měření průměru kovového válečku. Za shodné podmínky se považuje, že měříme váleček pořád ve stejném místě (průřezu), stejným měřidlem, stejnou osobou, měření je prováděno za stejné teploty (roztážnost kovů), atd. Potom se vypočítá průměrná hodnota a následně nejistota typu A podle vztahu (2.3), ale pouze pokud je provedeno více jak 10 měření. Pokud je proveden menší počet měření, je potřeba znát tzv. průřezový rozptyl  $s_{pr}^2$ , ze kterého se vypočítá nejistota A  $u_A$ , podle vztahu:

$$u_A = \frac{s_{pr}}{\sqrt{n}}, \quad (2.9)$$

kde:

$s_{pr}^2$  - známý průřezový rozptyl,

$n$  - počet měření.

Pokud je proveden menší počet měření ( $n < 10$ ) a není-li znám průřezový rozptyl nebo pokud je série měření prováděna s jinými vlastnostmi, nelze použít vztah (2.3) ani (2.9).

### 2.3.2 Výpočet standardní nejistoty typu B

Celková nejistota typu B je složena z několika dílčích složek. Pro přesnější údaje musíme znát co nejvíce informací od co nejvíce zdrojů nejistot. Jako zdroje informací nám mohou posloužit:

- Předcházející měření a jejich výsledky
- Všeobecné znalosti a zkušenosti s chováním daného měřicího systému, měřeného objektu a s měřicími podmínkami
- Informace od výrobce měřicího i měřeného objektu
- Údaje z kalibračního certifikátu
- Referenční údaje podle příručky či jiných pramenů

Do jaké míry budou mít tyto informace důležitost pro určení nejistoty, závisí na obsluze, jak s nimi naloží (dle zkušeností, rutyně a praxi). Nelze totiž detailně určit jednotný postup.

#### ***Rámcový postup [2]***

1. Vytipování možných zdrojů nejistot.
2. Určí se standardní nejistota každého zdroje.
3. Posoudí se korelace mezi jednotlivými zdroji nejistot.
4. Určí se vztah mezi veličinou  $X$  a veličinami  $Z_j$

$$X = f(Z_1, Z_2, \dots, Z_j, \dots, Z_p). \quad (2.10)$$

5. Se zákonem o šíření nejistot (viz. dále) se vypočítá nejistota B  $u_B(z_j)$ .

Pokud není známa nejistota zdroje přímo, může se postupovat např. takto (pouze pár příkladů):

- Známé  $U$  a  $k_r$ :

$$u_B(z_j) = \frac{U}{k_r}, \quad (2.11)$$



- Znamé rozpětí normálního rozdělení  
- délka intervalu  $2U$   
- dle pravděpodobnosti zvolíme příslušné  $k_p$

$$u_B(z_j) = \frac{U}{k_p}. \quad (2.12)$$

- Znamé hranice vlivu zdroje  
- tato metoda je velmi složitá a záleží na zkušenostech obsluhy. Odhaduje se hodnota odchylek  $\pm z_{jmax}$  od nominální hodnoty, dále se posuzuje rozdělení pravděpodobnosti odchylek a v tomto intervalu se určí jeho aproximace. Nejistota se potom vypočítá dle vztahu:

$$u_B(z_j) = \frac{z_{jmax}}{k}, \quad (2.13)$$

kde:

- $k$  - se určí právě podle typu zvolené aproximace rozdělení pravděpodobnosti (např. normální, rovnoměrné, trojúhelníkové a lichoběžníkové rozdělení).  
 $z_{jmax}$  - známá odchylka j-tého zdroje nejistoty.

- Použití číslicového přístroje  
- jeden ze zdrojů nejistoty typu B nejistot  $u_B(z_j)$  je poslední číslice (při stejné hodnotě není nikdy nejistota nulová!)  
- určuje se takto:

$$u_B(z_j) = \frac{\delta(z_j)}{2\sqrt{3}} = 0,29(z_j). \quad (2.14)$$

- Použití analogového přístroje se stupnicí  
- zde vznikají největší chyby tím, jakým způsobem obsluha odečítá hodnotu dílku ze stupnice. Zpravidla je rozteč jednotlivých dílků 1mm a přesnost čtení okem se udává  $\pm 0,5$  dílku (zkušená osoba  $\pm 0,3$  až  $\pm 0,25$  dílku).

### ***Zákon šíření nejistot pro jednoduché příklady měření***

Protože si při přímých měření vystačíme pouze s rovnicemi (1.1), (1.2) a (1.3), můžeme složitější metody nechat do měření nepřímých za podmínek, že odhady jsou nekorelované.

### **2.3.3 Vyjádření výsledků**

#### ***Zaokrouhlování výsledků***

Zaokrouhlený výsledek je číslo, kterému předchází jiné číslo. V praxi nemá smysl uchovávat dlouhé řetězce čísel. Opakovaným měřením a následným aritmetickým průměrem lze odhad měřené veličiny reálně zjistit. Musí se určit zaokrouhlovací

interval, např. 0,1, a následně vybírat z řady jejich násobku: 22,0; 22,1; 22,2; ..., nebo pro interval 10, násobky 1430; 1440; 1450; ...

Musí se ale dávat pozor na opakované zaokrouhlování, jelikož by mohlo dojít k dosti zkresleným výsledkům a nárůstu odchylky od skutečné hodnoty.

### ***Prezentace výsledků měření***

Jsou dva základní způsoby, jak uvádět výsledky měření, a to pomocí standardní kombinované nejistoty nebo pomocí nejistoty rozšířené. Obě metody lze použít s bilanční tabulkou. Pro znázornění bylo zvoleno měření průměru válce  $d$ .

#### ***Pomocí kombinované nejistoty $u_c$***

$d = 1\,503,2\text{ mm}$  s  $u_c = 2,9\text{ mm}$

$d = 1\,503,2\text{ (2,9) mm}$

$d = 1\,503,2\text{ mm} \pm 2,9\text{ mm}$

$d = (1\,503,2 \pm 2,9)\text{ mm}$

#### ***Pomocí rozšířené nejistoty $U$***

$d = (1\,503,2 \pm 5,8)\text{ mm}$  s  $k_r = 2$

$d = (1\,503,2 \pm 5,8)\text{ mm}$

U prezentace výsledků je potřeba si dát pozor, aby u všech čísel byl dodržený řád přesnosti – stejný počet desetinných čísel:

špatně:  $d = (1,581 \pm 0,38)\text{ mm}$

správně:  $d = (1,58 \pm 0,38)\text{ mm}$

správně:  $d = (1,581 \pm 0,382)\text{ mm}$

#### ***Pomocí bilanční tabulky***

Kromě standardních typů prezentace výsledků s tolerančním pásmem je také doporučován zápis postupu určení výsledné nejistoty pomocí tzv. bilanční tabulky, viz Tabulka 2.3-1, přičemž platí vztahy:

$$u_i(y) = A_i u_i(x), \quad (2.15)$$

a následně:

$$u(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^m u_i^2(y)}. \quad (2.16)$$

Tabulka 2.3-1 Bilanční tabulka v obecné podobě

Veličina $X_i; Y$	Veličina $x_i; y$	Standardní nejistota $u_q(x)$	Typ rozdělení	Koeficient citlivosti $A_i$	Příspěvek ke standardní nejistotě $u_i(y)$ ; nejistota $u(y)$
$X_1$	$x_1$	$u_1(x)$	Dle situace	$A_1$	$u_1(y)$
$X_2$	$x_2$	$u_2(x)$		$A_2$	$u_2(y)$
...	...	...		...	...
$X_i$	$x_i$	$u_i(x)$		$A_i$	$u_i(y)$
...	...	...		...	...
$X_m$	$x_m$	$u_m(x)$		$A_m$	$u_m(y)$

## 2.4 Stanovení standardních nejistot při nepřímém měření [3], [4], [5]

Budeme vycházet ze vztahů (1.1), (1.2) a (1.3) pro nekorelované odhady  $x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_m$ . V případě že odhady  $x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_m$  jsou korelované, musí se uvažovat kovariance mezi jednotlivými odhady. Potom se výsledná nejistota určí podle vztahu:

$$u^2(y) = \sum_{i=1}^m A_i^2 u^2(x_i) + 2 \sum_{i=2}^m \sum_{j<i}^m A_i A_j u(x_i, x_j), \quad (2.17)$$

kde:

$u(x_i, x_j)$  - kovariance mezi navzájem korelovanými odhady  $x_i$  a  $x_j$ . Tyto veličiny mohou být různé, ale také to mohou být dvě hodnoty téže veličiny,

$A$  - koeficienty citlivosti.

## 2.5 Kovariance a výsledné nejistoty [3], [4], [5]

Kovariance je míra vzájemného ovlivňování dvou náhodných veličin. Výsledná nejistota dvou zdrojů v závislosti na kovarianci může vzájemným ovlivněním přispívat ke zvětšení, ale i ke zmenšení výsledné nejistoty. To záleží na vlastnostech (charakteru) zdrojů nejistot, zda působí souhlasně či protichůdně na dva odhady nejistot. Kovariance se podobně, jako nejistoty, určují pomocí metody typu A (statistické zpracování výsledků) nebo odlišné metody typu B.

### 2.5.1 Stanovení kovariance mezi dvěma odhady metodou typu A [3]

Tato metoda se používá v případě, že máme k dispozici  $n$  naměřených hodnot obou veličin. Odhady jsou potom reprezentovány jejich aritmetickým průměrem. Jako zdroje nejistot uvažujeme  $X_i$  a  $X_j$ , jejichž odhady jsou  $x_i$  a  $x_j$ , a z  $n$  hodnot nám vznikne řada  $x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in}$  a řada  $x_{j1}, x_{j2}, \dots, x_{jn}$ . Následně se pracuje se vztahy:

$$\bar{x}_i = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_{ik}, \quad (2.18)$$

$$\bar{x}_j = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_{jk}, \quad (2.19)$$

kde:

$\bar{x}$  - aritmetické průměry jednotlivých odhadů.

Takto se určí jednotlivé odhady, a výslednou kovarianci metodou typu A určíme podle vztahu:

$$u_A(x_i, x_j) = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{k=1}^n (x_{ik} - \bar{x}_i)(x_{jk} - \bar{x}_j). \quad (2.20)$$

### 2.5.2 Stanovení kovariance mezi dvěma odhady metodou typu B [3]

Metoda typu B je odlišná od všech metod vycházejících ze statistické analýzy zjištěných hodnot. Zjistit kovarianci můžeme výpočtem nebo např. z certifikátů přístrojů či různých návodů a manuálů. Pomocí výpočtu se vychází z pěti základních kroků:

1. určí se vzájemné závislosti zdrojů.
2. a základě zkušeností se určí korelační koeficient  $r(x_i, x_j)$  mezi každou dvojicí odhadů (obecně nabývá hodnot od -1 do +1, kde hodnoty blíží se k nule značí malou závislost, a hodnoty blíží se  $\pm 1$  značí velkou závislost). Příslušná kovariance se určí podle vztahu:

$$u_B(x_i, x_j) = r(x_i, x_j) u_B(x_i) u_B(x_j). \quad (2.21)$$

3. Pokud jsou odhady  $x_1, x_2$  funkcemi nezávislých veličin  $Z_1, Z_2, \dots, Z_m$ , mohou se použít vztahy:

$$X_1 = g_1(Z_1, Z_2, \dots, Z_m), \quad (2.22)$$

$$X_2 = g_2(Z_1, Z_2, \dots, Z_m). \quad (2.23)$$

Následně vztah pro výpočet kovariance mezi odhady:

$$u_B(x_1, x_2) = \sum_{i=1}^m A_{1i} A_{2i} u_B^2(z_i), \quad (2.24)$$

kde:

$A_{1i}, A_{2i}$  - koeficienty citlivosti pro funkce  $g_1$  a  $g_2$ .

Vhodným sestavením modelu měření lze obejít jinak nevyhnutelné odhadování korelačního koeficientu.

4. Pokud jsou odhady  $x_1, x_2$  funkcemi závislých veličin  $Z_1, Z_2, \dots, Z_m$ , použijí se opět vztahy (4.6) a (4.8) a výsledná kovariance se vypočítá podle vztahu:

$$u_B(x_1, x_2) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m A_{1i} A_{2j} u_B(z_i, z_j) = \sum_{i=1}^m A_{1i} A_{2i} u_B^2(z_i) + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1, j \neq i}^m A_{1i} A_{2j} u_B(z_i, z_j), \quad (2.25)$$

kde:

$u_B(z_i, z_j)$  - je známá kovariance mezi odhady  $z_i$  a  $z_j$ ,

$u_B(z_i)$  - jednotlivé odhady nejistot,

$A$  - koeficienty citlivosti.

5. Pokud nelze kovariance určit ani jedním z předešlých postupů, doporučuje se určit tzv. maximální vliv korelace na výslednou nejistotu. To znamená, že pokud není dostatek informací, uvádí se horní hranice nejistoty. Ta se vypočítá podle vztahu:

$$\begin{aligned} u_B^2(y) &\leq [A_1 u_B(x_1) + A_2 u_B(x_2)]^2 + \sum_{i=3}^m A_i^2 u_B^2(x_i) = \\ &= A_1^2 u_B^2(x_1) + A_2^2 u_B^2(x_2) + 2|A_1 A_2| u_B(x_1) u_B(x_2) + \sum_{i=3}^m A_i^2 u_B^2(x_i) = \\ &= \sum_{i=1}^m A_i^2 u_B^2(x_i) + 2|A_1 A_2| u_B(x_1) u_B(x_2) \end{aligned} \quad (2.26)$$

kde:

$u_B(x)$  - jednotlivé odhady nejistot,

$A$  - koeficienty citlivosti.

## 2.6 Kompatibilita měření [8]

Kompatibilita výsledků měření znamená, že všechny výsledky měření stejné veličiny, získané dvěma přístroji či metodami, mají stejnou vlastnost, neboli jsou navzájem slučitelné. Kompatibilita se určuje porovnáním intervalů vzniklých z výsledků měření a jejich nejistot ( $V \pm U$ ) dle požadavků na druh kompatibility. Na obrázku: *Obrázek 2.6-1 Grafické znázornění kompatibility výsledků* je grafické znázornění kompatibility výsledků, kde výsledky měření  $V_1$  až  $V_6$  uvedu jako příklady druhů kompatibility vzhledem k referenční hodnotě  $V_{ref}$ . Výsledky měření jsou řazeny od nekompatibility ( $V_1$ ) až po maximální kompatibilitu ( $V_6$ ). Předpokládá se, že referenční měření je prováděno nejpřesnějším měřidlem s nejmenší nejistotou. Z toho vyplývá, že nemůže být ve výsledcích měření menší interval než referenční.

### ***Druhy kompatibility:***

**Výsledky nejsou kompatibilní** v žádném případě (intervaly se nepřekrývají):

$$|V_{ref} - V_2| > U_{ref} + U_2, \quad (2.27)$$

Výsledek měření  $V_1$

**Výsledky jsou kompatibilní** (intervaly se překrývají) dle požadavků na druh kompatibility:

**a) Alespoň v jednom bodě:**

$$|V_{ref} - V_2| \leq U_{ref} + U_2, \quad (2.28)$$

Výsledek měření  $V_2, V_3, V_4, V_5, V_6$

**b) Částečně, nezáleží, zda měřená hodnota náleží intervalu referenčního výsledku:**

$$|V_{ref} - V_2| < U_{ref} + U_2, \quad (2.29)$$

Výsledek měření  $V_3, V_4, V_5, V_6$

**c) Úplně, nezáleží, zda měřená hodnota náleží intervalu referenčního výsledku:**

$$|V_1 - V_2| + U_{ref} \leq U_2, \quad (2.30)$$

Výsledek měření  $V_4, V_6$

**d) Částečně, měřená hodnota náleží intervalu referenčního výsledku:**

$$|V_{ref} - V_2| \leq U_{ref}, \quad (2.31)$$

Výsledek měření  $V_5, V_6$

**e) Úplně, měřená hodnota náleží intervalu referenčního výsledku:**

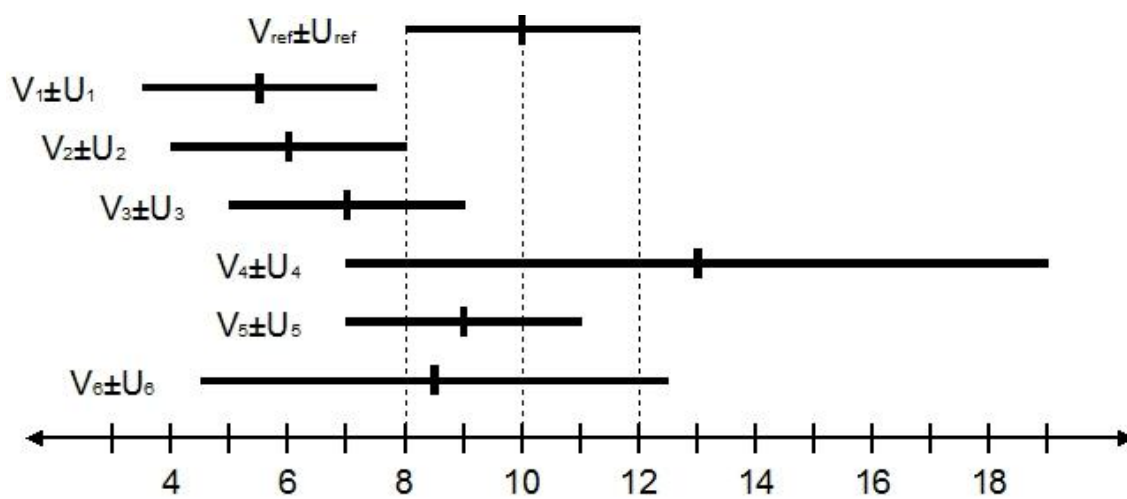
Splnění obou podmínek (2.30) a (2.31)

Výsledek měření  $V_6$

*Částečně* - referenční interval náleží měřenému intervalu pouze částečně

*Úplně* - celý referenční interval náleží měřenému intervalu

Z toho vyplývá, že nejpodobnější výsledky mezi referenční a měřenou hodnotou má kompatibilita druh e).



Obrázek 2.6-1 Grafické znázornění kompatibility výsledků

### 3 STANDARDNÍ NEJISTOTY PŘÍMÉHO MĚŘENÍ FREKVENCE

Měření probíhalo v laboratořích elektrotechnických měření E607 ÚAMT FEKT při pracovních podmínkách:

Teplota: 25,3 °C

Tlak: 987 hPa

Vlhkost: 23 %

Cílem bylo stanovit nejistoty přímého měření frekvence včetně vyhodnocení kompatibility měření. Pro tento úkol bylo stanoveno referenční měřidlo, kterým byl čítač HP 53131A.

Podle pokynu vedoucí práce byly vybrány tyto digitální přístroje:

Použité přístroje:	Výrobní číslo:	Měřená veličina:
Čítač HP 53131A – referenční měřidlo,	MY40019336,	$f_{\text{HP53131A}}$
Čítač GFC-8131H,	CE160286,	$f_{\text{GFC-8131H}}$
Multimetr HP 34401A,	MY41002148,	$f_{\text{HP34401A}}$
Multimetr M-3890D,	CI856808,	$f_{\text{M-3890D}}$
Generátor HP 33220A,	MY44024413,	$f_{\text{gen}}$

#### 3.1 Vlastní měření frekvence [10]

Pro hlavní měření a výpočet nejistot byl zvolen sinusový signál  $10V_{\text{p-p}}$  (10V špička-špička), generovaný přístrojem HP 33220A. Při zkušebním měření se totiž ukázalo, že signály jiného tvaru (trojúhelník, obdélník, lichoběžník...) nemají vliv na nejistotu, takže vykazovalo stejné hodnoty naměřené frekvence.

Uvedené tabulky obsahují hodnoty deseti opakovaných měření pro všechny frekvence  $f_{\text{gen}}$ , které byly zvoleny: 5 Hz, 10 Hz, 20 Hz, 50 Hz, 100 Hz, 200 Hz, 500 Hz, 1 kHz, 2 kHz, 5 kHz, 10 kHz, 20 kHz, 50 kHz, 100 kHz, 200 kHz, 500 kHz, 1 MHz a které jsou společným průřezem měřených rozsahů použitých měřidel.

V tabulkách: Tabulka 3.1-1, Tabulka 3.1-2, Tabulka 3.1-3, Tabulka 3.1-4 jsou prezentovány všechny naměřené výpočty.



Tabulka 3.1-1 Měření frekvence, čítač HP 53131A - referenční měřidlo

Veličina	$f_{HP53131A}$					
Jednotka	[Hz]					
n \ $f_{gen}$	5 Hz	10 Hz	20 Hz	50 Hz	100 Hz	200 Hz
1	4,9998602635	10,0000873970	19,9998172190	49,999530898	100,298848100	199,998247122
2	4,9998224126	9,9998706350	19,9999623350	49,999638436	100,099056680	199,998280901
3	5,0000883550	9,9996638110	19,9997053610	49,999663019	100,298836090	199,998275321
4	4,9997018065	9,9997449570	19,9998758700	49,999382795	100,099049140	199,998263775
5	4,9999859123	10,0001104930	19,9998608880	49,999608294	99,999153590	199,998290118
6	4,9999939447	9,9997705210	19,9997080800	49,999616565	100,099056550	199,998284568
7	4,9999906640	9,9999588000	19,9999632580	49,999605921	100,298844220	199,998299814
8	5,0001483890	10,0000899600	19,9999929583	49,999579415	100,198945150	199,998271687
9	4,9997271552	9,9998950650	20,0000793890	49,999594562	100,298844380	199,998261582
10	5,0000499262	9,9999250529	19,9997827720	49,999662974	100,099045160	199,998272806

Veličina	$f_{HP53131A}$					
Jednotka	[Hz]					
n \ $f_{gen}$	500 Hz	1 kHz	2 kHz	5 kHz	10 kHz	20 kHz
1	499,995670667	999,99133269	1999,98270070	4999,95700138	9999,9142051	19999,8290785
2	499,995673845	999,99134159	1999,98278221	4999,95698726	9999,9142771	19999,8287827
3	499,995667136	999,99133515	1999,98278202	4999,95702554	9999,1427440	19999,8291188
4	499,995678229	999,99135539	1999,98277191	4999,95705056	9999,9143413	19999,8290439
5	499,995680415	999,99133013	1999,98275534	4999,95710303	9999,9142792	19999,8290070
6	499,995684906	999,99195139	1999,98274575	4999,95703876	9999,9143609	19999,8292810
7	499,995683663	999,99138262	1999,98276095	4999,95694838	9999,9142638	19999,8292817
8	499,995681329	999,99136594	1999,98280065	4999,95699787	9999,9146059	19999,8295035
9	499,995692223	999,99138146	1999,98279843	4999,95706739	9999,9144658	19999,8294531
10	499,995684492	999,91380320	1999,98281334	4999,95706025	9999,9145466	19999,4945000

Veličina	$f_{HP53131A}$				
Jednotka	[Hz]				
n \ $f_{gen}$	50 kHz	100 kHz	200 kHz	500 kHz	1 MHz
1	49999,5732808	99999,144133	199998,293565	499995,718451	999991,46352
2	49999,5739423	99999,143496	199998,296118	499995,724309	999991,46790
3	49999,5736507	99999,144144	199998,293634	499995,738576	999991,45676
4	49999,5731804	99999,143259	199998,297964	499995,724814	999991,46423
5	49999,5731806	99999,147699	199998,294245	499995,737366	999991,47143
6	49999,5731711	99999,146552	199998,294704	499995,735398	999991,47854
7	49999,5740552	99999,146066	199998,292667	499995,730057	999991,48565
8	49999,5741852	99999,147902	199998,294401	499995,729454	999991,48661
9	49999,5728626	99999,146308	199998,293461	499995,726243	999991,45758
10	49999,5732461	99999,146656	199998,288321	499995,734808	999991,46607

Tabulka 3.1-2 Měření frekvence, čítač GFC-8131H

Veličina	$f_{\text{GFC-8131H}}$					
Jednotka	[Hz]	[Hz]	[Hz]	[Hz]	[Hz]	[Hz]
n \ $f_{\text{gen}}$	5 Hz	10 Hz	20 Hz	50 Hz	100 Hz	200 Hz
1	4,999966	9,999921	19,99982	49,99953	99,99907	199,9981
2	4,999969	9,999898	19,99981	49,99954	99,99907	199,9981
3	4,999928	9,999899	19,99981	49,99954	99,99907	199,9981
4	4,999934	9,999907	19,99981	49,99953	99,99907	199,9981
5	4,999934	9,999912	19,99981	49,99953	99,99907	199,9981
6	4,999936	9,999912	19,99981	49,99953	99,99907	199,9981
7	4,999962	9,999914	19,99981	49,99953	99,99908	199,9981
8	4,999945	9,999902	19,99981	49,99953	99,99908	199,9981
9	4,999948	9,999902	19,99981	49,99953	99,99908	199,9981
10	4,999944	9,999901	19,99980	49,99953	99,99908	199,9981

Veličina	$f_{\text{GFC-8131H}}$					
Jednotka	[Hz]	[Hz]	[kHz]	[kHz]	[kHz]	[kHz]
n \ $f_{\text{gen}}$	500 Hz	1 kHz	2 kHz	5 kHz	10 kHz	20 kHz
1	499,9954	999,9910	1,999982	4,999956	9,999913	19,99982
2	499,9954	999,9910	1,999982	4,999956	9,999913	19,99982
3	499,9954	999,9910	1,999982	4,999956	9,999913	19,99982
4	499,9954	999,9911	1,999982	4,999956	9,999913	19,99982
5	499,9954	999,9911	1,999982	4,999956	9,999913	19,99982
6	499,9955	999,9911	1,999982	4,999956	9,999913	19,99982
7	499,9955	999,9911	1,999982	4,999956	9,999913	19,99982
8	499,9955	999,9911	1,999982	4,999956	9,999913	19,99982
9	499,9955	999,9911	1,999982	4,999956	9,999913	19,99982
10	499,9955	999,9911	1,999982	4,999956	9,999913	19,99982

Veličina	$f_{\text{GFC-8131H}}$				
Jednotka	[kHz]	[kHz]	[kHz]	[kHz]	[kHz]
n \ $f_{\text{gen}}$	50 kHz	100 kHz	200 kHz	500 kHz	1 MHz
1	49,99956	99,99913	199,9983	499,9957	999,9916
2	49,99956	99,99913	199,9983	499,9957	999,9916
3	49,99956	99,99914	199,9983	499,9957	999,9916
4	49,99956	99,99914	199,9983	499,9957	999,9916
5	49,99957	99,99914	199,9983	499,9957	999,9916
6	49,99957	99,99914	199,9983	499,9958	999,9916
7	49,99956	99,99914	199,9983	499,9958	999,9916
8	49,99957	99,99914	199,9983	499,9957	999,9916
9	49,99957	99,99915	199,9983	499,9958	999,9916
10	49,99957	99,99915	199,9983	499,9958	999,9916

Tabulka 3.1-3 Měření frekvence, multimetr HP 34401A

Veličina	$f_{HP34401A}$					
Jednotka	[Hz]	[Hz]	[Hz]	[Hz]	[Hz]	[Hz]
n \ $f_{gen}$	5 Hz	10 Hz	20 Hz	50 Hz	100 Hz	200 Hz
1	4,999948	10,000024	19,99979	49,99946	99,99889	199,9978
2	4,999942	9,999868	19,99977	49,99944	99,99891	199,9978
3	4,999938	9,999900	19,99977	49,99945	99,99892	199,9978
4	4,999946	9,999892	19,99979	49,99946	99,99889	199,9978
5	4,999945	9,999900	19,99980	49,99946	99,99891	199,9978
6	4,999939	9,999887	19,99976	49,99944	99,99892	199,9978
7	4,999940	9,999921	19,99980	49,99945	99,99889	199,9978
8	4,999941	9,999903	19,99979	49,99946	99,99889	199,9978
9	4,999952	9,999893	19,99977	49,99944	99,99891	199,9978
10	4,999947	9,999883	19,99978	49,99945	99,99889	199,9978

Veličina	$f_{HP34401A}$					
Jednotka	[Hz]	[Hz]	[kHz]	[kHz]	[kHz]	[kHz]
n \ $f_{gen}$	500 Hz	1 kHz	2 kHz	5 kHz	10 kHz	20 kHz
1	499,9946	999,9890	1,999978	4,999945	9,999892	19,99978
2	499,9945	999,9892	1,999978	4,999946	9,999892	19,99978
3	499,9946	999,9892	1,999978	4,999946	9,999890	19,99978
4	499,9946	999,9890	1,999978	4,999946	9,999890	19,99978
5	499,9945	999,9892	1,999978	4,999945	9,999892	19,99978
6	499,9946	999,9890	1,999978	4,999946	9,999892	19,99978
7	499,9945	999,9890	1,999978	4,999945	9,999892	19,99978
8	499,9945	999,9892	1,999978	4,999945	9,999890	19,99978
9	499,9946	999,9890	1,999978	4,999945	9,999892	19,99978
10	499,9945	999,9890	1,999978	4,999945	9,999892	19,99978

Veličina	$f_{HP34401A}$				
Jednotka	[kHz]	[kHz]	[kHz]	[kHz]	[kHz]
n \ $f_{gen}$	50 kHz	100 kHz	200 kHz	500 kHz	1 MHz
1	49,99946	99,99892	199,9979	499,9946	999,9892
2	49,99946	99,99893	199,9978	499,9946	999,9893
3	49,99946	99,99892	199,9978	499,9946	999,9776
4	49,99946	99,99892	199,9978	499,9947	999,9893
5	49,99946	99,99893	199,9978	499,9946	999,9892
6	49,99946	99,99892	199,9979	499,9946	999,9893
7	49,99946	99,99893	199,9978	499,9947	999,9776
8	49,99946	99,99892	199,9978	499,9946	999,9893
9	49,99946	99,99893	199,9978	499,9946	999,9776
10	49,99946	99,99892	199,9978	499,9947	999,9893

Tabulka 3.1-4 Měření frekvence, multimetr M-3890D

Veličina	$f_{M-3890D}$					
Jednotka	[kHz]	[kHz]	[kHz]	[kHz]	[kHz]	[kHz]
n \ $f_{gen}$	5 Hz	10 Hz	20 Hz	50 Hz	100 Hz	200 Hz
1	0,005	0,010	0,020	0,050	0,100	0,200
2	0,005	0,010	0,020	0,050	0,100	0,200
3	0,005	0,010	0,020	0,050	0,100	0,200
4	0,005	0,010	0,020	0,050	0,100	0,200
5	0,005	0,010	0,020	0,050	0,100	0,200
6	0,005	0,010	0,020	0,050	0,100	0,200
7	0,005	0,010	0,020	0,050	0,100	0,200
8	0,005	0,010	0,020	0,050	0,100	0,200
9	0,005	0,010	0,020	0,050	0,100	0,200
10	0,005	0,010	0,020	0,050	0,100	0,200

Veličina	$f_{M-3890D}$					
Jednotka	[kHz]	[kHz]	[kHz]	[kHz]	[kHz]	[kHz]
n \ $f_{gen}$	500 Hz	1 kHz	2 kHz	5 kHz	10 kHz	20 kHz
1	0,500	1,000	1,999	4,99	9,99	19,99
2	0,500	1,000	2,000	5,00	10,00	19,99
3	0,500	1,000	1,999	4,99	9,99	19,99
4	0,500	1,000	2,000	5,00	9,99	19,99
5	0,500	1,000	2,000	4,99	10,00	19,99
6	0,500	1,000	2,000	5,00	9,99	19,99
7	0,500	1,000	1,999	4,99	10,00	19,99
8	0,500	1,000	2,000	5,00	9,99	19,99
9	0,500	1,000	1,999	4,99	9,99	19,99
10	0,500	1,000	2,000	5,00	10,00	19,99

Veličina	$f_{M-3890D}$				
Jednotka	[kHz]	[kHz]	[kHz]	[MHz]	[MHz]
n \ $f_{gen}$	50 kHz	100 kHz	200 kHz	500 kHz	1 MHz
1	49,9	99,9	199,9	0,499	0,999
2	49,9	99,9	199,9	0,499	0,999
3	49,9	99,9	199,9	0,499	0,999
4	49,9	99,9	199,9	0,499	0,999
5	49,9	99,9	199,9	0,499	0,999
6	49,9	99,9	199,9	0,499	0,999
7	49,9	99,9	199,9	0,499	0,999
8	49,9	99,9	199,9	0,499	0,999
9	49,9	99,9	199,9	0,499	0,999
10	49,9	99,9	199,9	0,499	0,999

## 3.2 Standardní nejistota A

Nejistota A se počítá podle vzorce (2.1) a (2.3) pro všechny přístroje stejným způsobem. Pro ukázkou výpočtu jsou použity hodnoty z referenčního měřidla HP 53131A pro měřenou hodnotu  $f_{\text{gen}} = 5 \text{ Hz}$ . V tabulce: Tabulka 3.2-1 je uvedeno všech 10 měření pro  $f_{\text{gen}} = 5 \text{ Hz}$ .

Tabulka 3.2-1 Hodnoty  $f_{\text{HP 53131}}$  pro  $f_{\text{gen}} = 5 \text{ Hz}$

$f_{\text{gen}}$	5 Hz
Měření č. (i)	$f_{\text{HP53131A}} [\text{Hz}]$
1	4,9998602635
2	4,9998224126
3	5,0000883550
4	4,9997018065
5	4,9999859123
6	4,9999939447
7	4,9999906640
8	5,0001483890
9	4,9997271552
10	5,0000499262

$$\bar{f}_{\text{HP53131A}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f_{\text{HP53131A}_i} = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} f_{\text{HP53131A}_i} = \underline{\underline{4.9999368829 \text{ Hz}}}$$

$$u_A(f_{\text{HP53131A}}) = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (f_{\text{HP53131A}_i} - \bar{f})^2} = \sqrt{\frac{1}{10(10-1)} \sum_{i=1}^{10} (f_{\text{HP53131A}_i} - 4.9999368829)^2}$$

$$\underline{\underline{u_A(f_{\text{HP53131A}}) = 0,0000479849 \text{ Hz}}}$$

Nejistota A  $u_A$  je oproti nejistotě B  $u_B$  velice malá.

## 3.3 Standardní nejistota B

Při přímém měření frekvence číslicovými přístroji se uvažuje jako jediný zdroj nejistoty B pouze nejistota měřicího přístroje. Jelikož se jedná o digitální přístroj, může se vliv obsluhy vyloučit. Laboratorní podmínky měření byly v toleranci přístrojů, takže se může vyloučit i vliv špatného prostředí jako zdroj nejistoty. Ovlivnění měření propojovacím kabelem se může také vyloučit, protože při všech měření byl použit stejný krátký koaxiální kabel.

Při výpočtu této jediné nejistoty typu B se postupuje podle výrobce, který má výpočet nejistoty uveden ve svých manuálech. Konstanty, které budou uvedeny zde, jsou pouze potřebné konstanty pro výpočty. Přehled všech konstant pro daný přístroj je uveden v přílohách.

### 3.3.1 Výpočet nejistoty čítače HP 53131A [11]

Nejistota tohoto přístroje se počítá podle vzorce:

$$u_B(f_{HP53131A}) = \left( \left( TimeBaseError + \frac{t_{acc}}{GateTime} \right) + \right. \\ \left. + 2 \times \left( \frac{4\sqrt{t_{res}^2 + (2 \times TriggerError^2)}}{GateTime \times \sqrt{NumberOfSamples}} + \frac{t_{jitter}}{GateTime} \right) \right) \times f_{HP53131A}, \quad (3.1)$$

kde:

*Time Base Error* - nejistota časové základny, způsobená stárnutím, kolísáním okolní teploty nebo vedení napětí. Je dáno vztahem:

$$TimeBaseError = \frac{\Delta f}{f} \Big|_{AgingRate} + \frac{\Delta f}{f} \Big|_{Temperature} + \frac{\Delta f}{f} \Big|_{LineVoltage}, \quad (3.2)$$

kde:

*Aging Rate* - poměr stárnutí stanovený výrobcem  $\frac{\Delta f}{f} \Big|_{AgingRate} = 3 \times 10^{-7}$

*Temperature* - poměr stability teploty stanovený výrobcem  $\frac{\Delta f}{f} \Big|_{Temperature} = 5 \times 10^{-6}$

*Line Voltage* - poměr kolísání napájecího napětí. Dle výrobce lze tento poměr zanedbat

$$TimeBaseError = \frac{\Delta f}{f} \Big|_{AgingRate} + \frac{\Delta f}{f} \Big|_{Temperature} = (0,3 + 5)10^{-6} = \underline{\underline{5,3 \times 10^{-6}}}$$

$t_{acc}$  - doba náběhu měřeného signálu,  $t_{acc} = 100$  ps

*Gate Time* - doba otevření hradla, pro všechna měření  $Gate Time = 10$  s

$t_{res}$  - nejistota zobrazovače obohacená účinky určitých interních chyb zdroje,  $t_{res} = 500$  ps

*Trigger Error* - nejistota spouštění určená výrobcem jako zanedbatelná

*Number Of Samples* - počet vzorků. Určí se dle podmínek:

$$(f_{HP53131A} < 200kHz) \Rightarrow GateTime \times f_{HP53131A}, \quad (3.3)$$

$$(f_{HP53131A} > 200kHz) \Rightarrow GateTime \times 20000, \quad (3.4)$$

$t_{jitter}$  - šum na výstupu = 50 ps.

I zde se pro výpočet použije hodnota naměřená tímto čítačem při  $f_{\text{gen}} = 5 \text{ Hz}$ :

$$\begin{aligned}
 u_B(f_{HP5313A}) &= \left( \left( \text{TimeBaseError} \frac{t_{acc}}{\text{GateTime}} \right) + \right. \\
 &+ 2 \times \left( \frac{4 \times t_{res}}{\text{GateTime} \times \sqrt{\text{NumberOfSamples}}} + \frac{t_{jitter}}{\text{GateTime}} \right) \left. \right) \times f_{HP5313A} = \\
 &= \left( \left( 5,3 \times 10^{-6} + \frac{100 \times 10^{-12}}{10} \right) + 2 \times \left( \frac{4 \times 500 \times 10^{-12}}{10 \times \sqrt{10 \times 4.9999368829}} + \frac{50 \times 10^{-12}}{10} \right) \right) \times 4,9999368829 \\
 \underline{\underline{u_B(f_{HP5313A})}} &= \underline{\underline{0,0000265000 \text{ Hz}}}
 \end{aligned}$$

### 3.3.2 Výpočet nejistoty čítače GFC-8131H [12]

Nejistota tohoto přístroje se určuje dle vztahu:

$$u_B(f_{GFC-8131H}) = \text{resolution} + \text{TimeBaseError} \times f_{GFC-8131H}, \quad (3.5)$$

kde:

*resolution* - rozlišení posledního digitu (řád posledního digitu)  
*Time Base Error* - nejistota časové základny, způsobená stárnutím, kolísáním okolní teploty nebo vedení napětí. Je dáno vztahem:

$$\text{TimeBaseError} = k_{\text{AgingRate}} + k_{\text{Temperature}} + k_{\text{LineVoltage}}, \quad (3.6)$$

kde:

$k_{\text{AgingRate}}$  - poměr stárnutí stanovený výrobcem,

$$k_{\text{AgingRate}} = 1 \times 10^{-6} \text{ za měsíc} \Rightarrow 12 \times 1 \times 10^{-6} = 12 \times 10^{-6}$$

$k_{\text{Temperature}}$  - poměr stability teploty stanovený výrobcem,  $k_{\text{Temperature}} = 5 \times 10^{-6}$

$k_{\text{Line Voltage}}$  - poměr kolísání napájecího napětí,  $k_{\text{Line Voltage}} = 0,005 \times 10^{-6}$

$$\text{TimeBaseError} = k_{\text{AgingRate}} + k_{\text{Temperature}} + k_{\text{LineVoltage}} = (12 + 5 + 0,005) \times 10^{-6} = 17,005 \times 10^{-6}$$

$$u_B(f_{GFC-8131H}) = \text{resolution} + \text{TimeBaseError} \times f_{GFC-8131H} =$$

$$= 0,000001 + 17,005 \times 10^{-6} \times 4,999947$$

$$\underline{\underline{u_B(f_{GFC-8131H})}} = \underline{\underline{0,000086 \text{ Hz}}}$$

### 3.3.3 Výpočet nejistoty multimetru HP 34401A [13]

U tohoto přístroje se dle manuálu vypočítají dílčí složky nejistot (stáří přístroje, teplota okolí, rozlišení displeje) a jejich geometrickým součtem se vypočítá celková nejistota přístroje  $u_B(f_{HP34401A})$ .

- Stáří přístroje

$$u_B(\text{Aging}) = \frac{k_{\text{Aging}}}{100} \times \text{reading}, \quad (3.7)$$

- Teplota

$$u_B(\text{Temperature}) = \frac{k_{\text{Temperature}}}{100} \times \text{reading} , \quad (3.8)$$

- Rozlišení

$$u_B(\text{resolution}) = \frac{k_{\text{resolution}}}{100} \times \text{reading} , \quad (3.9)$$

kde:

$u_B(\dots)$  - výsledky dílčích nejistot jednotlivých zdrojů nejistot,

$k_{\text{Aging}}$  - koeficient stárí přístroje od poslední kalibrace, viz Tabulka 3.3-1.

*Tabulka 3.3-1 Přehled koeficientů  $k_{\text{Aging}}$  pro 1rok od poslední kalibrace*

$f_{\text{HP34401}}$	$k_{\text{Aging}} [\%]$
3 Hz - 5 Hz	0,1
5 Hz - 10 Hz	0,05
10 Hz - 40 Hz	0,03
40 Hz < $f_{\text{HP34401}}$	0,01

$k_{\text{Temperature}}$  - koeficient teploty pro teploty mimo rozsah  $23 \pm 5^\circ\text{C}$   
(měřeno při teplotě:  $25,3^\circ\text{C} \Rightarrow k_{\text{Temperature}} = 0$ ),

$k_{\text{resolution}}$  - koeficient rozlišení (měřeno při rozlišení  $6\frac{1}{2} \Rightarrow k_{\text{resolution}} = 0$ ),

$\text{reading}$  - hodnota zobrazená na displeji.

Celková nejistota  $u_B(f_{\text{HP34401A}})$  se určí dle vztahu:

$$u_B(f_{\text{HP34401A}}) = \sqrt{Z_{\text{Aging}}^2 + Z_{\text{Temperature}}^2 + Z_{\text{resolution}}^2} , \quad (3.10)$$

I zde se použije hodnota naměřená tímto multimetrem při  $f_{\text{gen}} = 5 \text{ Hz}$ :

$$u_B(\text{Aging}) = \frac{k_{\text{Aging}}}{100} \times \text{reading} = \frac{0,1}{100} \times 4.999944 = \underline{\underline{0,005000\text{Hz}}}$$

$$u_B(\text{Temperature}) = \frac{k_{\text{Temperature}}}{100} \times \text{reading} = \frac{0}{100} \times 4.999944 = \underline{\underline{0 \text{ Hz}}}$$

$$u_B(\text{resolution}) = \frac{k_{\text{resolution}}}{100} \times \text{reading} = \frac{0}{100} \times 4.999944 = \underline{\underline{0 \text{ Hz}}}$$

$$\begin{aligned} u_B(f_{\text{HP34401A}}) &= \sqrt{u_B^2(\text{Aging}) + u_B^2(\text{Temperature}) + u_B^2(\text{resolution})} = \\ &= \sqrt{0,005000^2 + 0^2 + 0^2} \\ u_B(f_{\text{HP34401A}}) &= \underline{\underline{0,005000\text{Hz}}} \end{aligned}$$



### 3.3.4 Výpočet nejistoty multimetru M-3890D [14]

U tohoto multimetru je výrobcem určena  $u_B(f_{HP34401A})$  takto:

$$u_B(f_{M-3890D}) = 1dg + \frac{k}{100} \times reading, \quad (3.11)$$

kde:

$1dg$  - rozlišení posledního digitu (řád posledního digitu)

$k$  - konstanta = 0,1 %

$reading$  - hodnota zobrazená na displeji.

$$u_B(f_{M-3890D}) = 1dg + \frac{k}{100} \times reading = 1 + \frac{0,1}{100} \times 0,005 \times 10^3 = 1,005 Hz$$

$$\underline{\underline{u_B(f_{M-3890D}) = 0,001 kHz}}$$

### 3.4 Kombinované nejistoty $u_c$

Kombinovaná nejistota se počítá podle vzorce (2.7) a pro všechny přístroje stejným způsobem, proto pro ukázkou se použijí opět hodnoty z referenčního měřidla HP 53131A pro měřenou hodnotu  $f_{gen} = 5 Hz$ :

$$u_A(f_{HP53131A}) = 0,0000479849 Hz$$

$$u_B(f_{HP53131A}) = 0,0000265000 Hz$$

$$u_C(f_{HP53131A}) = \sqrt{u_A^2(f_{HP53131A}) + u_B^2(f_{HP53131A})} = \sqrt{0,0000479849^2 + 0,0000265000^2}$$

$$\underline{\underline{u_C(f_{HP53131A}) = 0,0000548162 Hz}}$$

### 3.5 Výpočet rozšířené nejistoty $U$

Rozšířená nejistota se počítá podle vztahu (2.8) a opět pro všechny přístroje stejným způsobem. Taktéž se pro ukázkou použije hodnota referenčního měřidla HP 53131A pro měřenou hodnotu  $f_{gen} = 5 Hz$ . Jako koeficient rozšíření bylo zvoleno  $kr = 1,96$ , což odpovídá pravděpodobnosti 95%, která je v laboratorních měření dostačující.

$$u_C(f_{HP53131A}) = 0,0000548162 Hz$$

$$U(f_{HP53131A}) = k_r \cdot u_C = 1,96 \cdot 0,0000548162$$

$$\underline{\underline{U(f_{HP53131A}) = 0,0001074397 Hz}}$$

### 3.6 Přehledy dílčích nejistot jednotlivých měřidel

V tabulkách: Tabulka 3.6-1, Tabulka 3.6-2, Tabulka 3.6-3 a Tabulka 3.6-4 jsou prezentovány kompletní výsledky všech výpočtů.

*Tabulka 3.6-1 Přehled dílčích nejistot čítače HP 53131A - referenční měřidlo*

$f_{\text{gen}}$	$\bar{f}_{\text{HP53131A}}$	$u_A(f_{\text{HP53131A}})$	$u_B(f_{\text{HP53131A}})$	$u_C(f_{\text{HP53131A}})$	$U(f_{\text{HP53131A}})$
	[Hz]				
5 Hz	4,9999368829	0,0000479850	0,0000265000	0,0000548162	0,0001074397
10 Hz	9,9999116692	0,0000489567	0,0000530001	0,0000721510	0,0001414160
20 Hz	19,9998748130	0,0000394109	0,0001060003	0,0001130897	0,0002216558
50 Hz	49,9995882879	0,0000259973	0,0002649997	0,0002662719	0,0005218929
100 Hz	100,178967906	0,035863771	0,000530952	0,035867701	0,070300693
200 Hz	199,998274769	0,000004795	0,001059997	0,001060007	0,002077615
500 Hz	499,995679691	0,000002361	0,002649990	0,002649991	0,005193982
1 kHz	999,98365796	0,00776187	0,00529994	0,00939872	0,01842149
2 kHz	1999,98277113	0,00001033	0,01059995	0,01059996	0,02077592
5 kHz	4999,95702804	0,00001432	0,02649988	0,02649989	0,05193977
10 kHz	9999,8372090	0,0771628	0,0529993	0,0936110	0,1834776
20 kHz	19999,7957050	0,0334673	0,1059993	0,1111572	0,2178681
50 kHz	49999,5734755	0,0001423	0,2649988	0,2649988	0,5193977
100 kHz	99999,145622	0,000544	0,529998	0,529998	1,038796
200 kHz	199998,293908	0,000785	1,059995	1,059995	2,077591
500 kHz	499995,729948	0,002074	2,649988	2,649989	5,193978
1 MHz	999991,46983	0,00337	5,29998	5,29998	10,38795

Toto měřidlo bylo zvoleno jako referenční, protože jak je vidět z této tabulky: Tabulka 3.6-1, měřidlo má nejvíce zobrazovaných míst a nejmenší nejistotu.

Tabulka 3.6-2 Přehled dílčích nejistot čítače GFC-8131H

$f_{\text{gen}}$	$\bar{f}_{\text{GFC-8131H}}$	$u_A(f_{\text{GFC-8131H}})$	$u_B(f_{\text{GFC-8131H}})$	$u_C(f_{\text{GFC-8131H}})$	$U(f_{\text{GFC-8131H}})$
	[Hz]				
5 Hz	4,999947	0,000005	0,000086	0,000086	0,000169
10 Hz	9,999907	0,000002	0,000171	0,000171	0,000335
20 Hz	19,99981	0,00000	0,00035	0,00035	0,00069
50 Hz	49,99953	0,00000	0,00086	0,00086	0,00169
100 Hz	99,99907	0,00000	0,00171	0,00171	0,00335
200 Hz	199,9981	0,0000	0,0035	0,0035	0,0069
500 Hz	499,9955	0,0000	0,0086	0,0086	0,0169
1 kHz	999,9911	0,0000	0,0171	0,0171	0,0335
$f_{\text{gen}}$	$\bar{f}_{\text{GFC-8131H}}$	$u_A(f_{\text{GFC-8131H}})$	$u_B(f_{\text{GFC-8131H}})$	$u_C(f_{\text{GFC-8131H}})$	$U(f_{\text{GFC-8131H}})$
	[kHz]				
2 kHz	1,999982	0,000000	0,000035	0,000035	0,000069
5 kHz	4,999956	0,000000	0,000086	0,000086	0,000169
10 kHz	9,999913	0,000000	0,000171	0,000171	0,000335
20 kHz	19,99982	0,00000	0,00035	0,00035	0,00069
50 kHz	49,99957	0,00000	0,00086	0,00086	0,00169
100 kHz	99,99914	0,00000	0,00171	0,00171	0,00335
200 kHz	199,9983	0,0000	0,0035	0,0035	0,0069
500 kHz	499,9957	0,0000	0,0086	0,0086	0,0169
1 MHz	999,9916	0,0000	0,0171	0,0171	0,0335

Tabulka 3.6-3 Přehled dílčích nejistot multimetru HP 34401A

$f_{\text{gen}}$	$\bar{f}_{\text{HP34401A}}$	$u_A(f_{\text{HP34401A}})$	$u_B(f_{\text{HP34401A}})$	$u_C(f_{\text{HP34401A}})$	$U(f_{\text{HP34401A}})$
	[Hz]				
5 Hz	4,999944	0,000001	0,005000	0,005000	0,009800
10 Hz	9,999907	0,000014	0,005000	0,005000	0,009800
20 Hz	19,99978	0,00000	0,00600	0,00600	0,01176
50 Hz	49,99945	0,00000	0,00500	0,00500	0,00980
100 Hz	99,99890	0,00000	0,01000	0,01000	0,01960
200 Hz	199,9978	0,0000	0,0200	0,0200	0,0392
500 Hz	499,9946	0,0000	0,0500	0,0500	0,0980
1 kHz	999,9891	0,0000	0,1000	0,1000	0,1960
$f_{\text{gen}}$	$\bar{f}_{\text{HP34401A}}$	$u_A(f_{\text{HP34401A}})$	$u_B(f_{\text{HP34401A}})$	$u_C(f_{\text{HP34401A}})$	$U(f_{\text{HP34401A}})$
	[kHz]				
2 kHz	1,999978	0,000000	0,000200	0,000200	0,000392
5 kHz	4,999945	0,000000	0,000500	0,000500	0,000980
10 kHz	9,999891	0,000000	0,001000	0,001000	0,001960
20 kHz	19,99978	0,00000	0,00200	0,00200	0,00392
50 kHz	49,99946	0,00000	0,00500	0,00500	0,00980
100 kHz	99,99892	0,00000	0,01000	0,01000	0,01960
200 kHz	199,9978	0,0000	0,0200	0,0200	0,0392
500 kHz	499,9946	0,0000	0,0500	0,0500	0,0980
1 MHz	999,9858	0,0018	0,1000	0,1000	0,1960

Tabulka 3.6-4 Přehled dílčích nejistot multimetru M-3890D

$f_{\text{gen}}$	$\bar{f}_{\text{M-3890D}}$	$u_A(f_{\text{M-3890D}})$	$u_B(f_{\text{M-3890D}})$	$u_C(f_{\text{M-3890D}})$	$U(f_{\text{M-3890D}})$
	[kHz]				
5 Hz	0,005	0,000	0,001	0,001	0,002
10 Hz	0,010	0,000	0,001	0,001	0,002
20 Hz	0,020	0,000	0,001	0,001	0,002
50 Hz	0,050	0,000	0,001	0,001	0,002
100 Hz	0,100	0,000	0,001	0,001	0,002
200 Hz	0,200	0,000	0,001	0,001	0,002
500 Hz	0,500	0,000	0,002	0,002	0,003
1 kHz	1,000	0,000	0,002	0,002	0,004
2 kHz	2,000	0,000	0,003	0,003	0,006
5 kHz	5,00	0,00	0,01	0,02	0,03
10 kHz	9,99	0,00	0,02	0,02	0,04
20 kHz	19,99	0,00	0,03	0,03	0,06
50 kHz	49,9	0,0	0,1	0,1	0,3
100 kHz	99,9	0,0	0,2	0,2	0,4
200 kHz	199,9	0,0	0,3	0,3	0,6
$f_{\text{gen}}$	$\bar{f}_{\text{M-3890D}}$	$u_A(f_{\text{M-3890D}})$	$u_B(f_{\text{M-3890D}})$	$u_C(f_{\text{M-3890D}})$	$U(f_{\text{M-3890D}})$
	[MHz]				
500 kHz	0,499	0,000	0,001	0,001	0,003
1 MHz	0,999	0,000	0,002	0,002	0,004

## 4 ANALÝZA VÝSLEDKŮ MĚŘENÍ

### 4.1 Vyhodnocení kompatibility měření

Vyhodnocení kompatibility měření frekvencí měřených různými digitálními měřidly, kterými byly jak čítače HP 53131A, GFC-8131H, tak multimetry M-3890D, HP 34401A, je založeno na porovnání intervalů výsledků měření. Tyto intervaly v sobě zahrnují velikost rozšířené nejistoty  $U$  pro daná měření. Porovnání je vzhledem k referenčnímu měřidlu, kterým je čítač HP 53131A.

Výsledky měření  $f \pm U$  nastavených frekvencí  $f_{gen}$  danými typy měřidel jsou uvedeny v tabulkách: Tabulka 4.1-1, Tabulka 4.1-2, Tabulka 4.1-3.

Tabulka 4.1-1 Vyhodnocení kompatibility čítače GFC-8131H s ref. měřidlem HP 53131A

$f_{gen}$	$f_{HP53131A}$ [Hz]	$f_{GFC-8131H}$ [Hz]	Kompatibilita druhu				
			a	b	c	d	e
5 Hz	4,9999368829 $\pm$ 0,0001074397	4,999947 $\pm$ 0,000169	Ano	Ano	Ano	Ano	Ano
10 Hz	9,9999116692 $\pm$ 0,0001414160	9,999907 $\pm$ 0,000335	Ano	Ano	Ano	Ano	Ano
20 Hz	19,9998748130 $\pm$ 0,0002216558	19,99981 $\pm$ 0,00069	Ano	Ano	Ano	Ano	Ano
50 Hz	49,9995882879 $\pm$ 0,0005218929	49,99953 $\pm$ 0,00169	Ano	Ano	Ano	Ano	Ano
100 Hz	100,178967906 $\pm$ 0,070300693	99,99907 $\pm$ 0,00335	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne
200 Hz	199,998274769 $\pm$ 0,002077615	199,9981 $\pm$ 0,0069	Ano	Ano	Ano	Ano	Ano
500 Hz	499,995679691 $\pm$ 0,005193982	499,9955 $\pm$ 0,0169	Ano	Ano	Ano	Ano	Ano
1 kHz	999,98365796 $\pm$ 0,01842149	999,9911 $\pm$ 0,0335	Ano	Ano	Ano	Ano	Ano
2 kHz	1999,98277113 $\pm$ 0,02077592	1999,982 $\pm$ 0,069	Ano	Ano	Ano	Ano	Ano
5 kHz	4999,95702804 $\pm$ 0,05193977	4999,956 $\pm$ 0,169	Ano	Ano	Ano	Ano	Ano
10 kHz	9999,8372090 $\pm$ 0,1834776	9999,913 $\pm$ 0,335	Ano	Ano	Ano	Ano	Ano
20 kHz	19999,7957050 $\pm$ 0,2178681	19999,82 $\pm$ 0,69	Ano	Ano	Ano	Ano	Ano
50 kHz	49999,5734755 $\pm$ 0,5193977	49999,57 $\pm$ 1,69	Ano	Ano	Ano	Ano	Ano
100 kHz	99999,145622 $\pm$ 1,038796	99999,14 $\pm$ 3,35	Ano	Ano	Ano	Ano	Ano
200 kHz	199998,293908 $\pm$ 2,077591	199998,3 $\pm$ 6,9	Ano	Ano	Ano	Ano	Ano
500 kHz	499995,729948 $\pm$ 5,193978	499995,7 $\pm$ 16,9	Ano	Ano	Ano	Ano	Ano
1 MHz	999991,46983 $\pm$ 10,38795	999991,6 $\pm$ 33,5	Ano	Ano	Ano	Ano	Ano

Tabulka 4.1-2 Vyhodnocení kompatibility multimetru HP 34401A s ref. měřidlem HP 53131A

$f_{\text{gen}}$	$f_{\text{HP53131A}}$ [Hz]	$f_{\text{HP34401A}}$ [Hz]	Kompatibilita druhu				
			a	b	c	d	e
5 Hz	4,9999368829 ± 0,0001074397	4,999944 ± 0,009800	Ano	Ano	Ano	Ano	Ano
10 Hz	9,9999116692 ± 0,0001414160	9,999907 ± 0,009800	Ano	Ano	Ano	Ano	Ano
20 Hz	19,9998748130 ± 0,0002216558	19,99978 ± 0,01176	Ano	Ano	Ano	Ano	Ano
50 Hz	49,9995882879 ± 0,0005218929	49,99945 ± 0,00980	Ano	Ano	Ano	Ano	Ano
100 Hz	100,178967906 ± 0,070300693	99,99890 ± 0,01960	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne
200 Hz	199,998274769 ± 0,002077615	199,9978 ± 0,0392	Ano	Ano	Ano	Ano	Ano
500 Hz	499,995679691 ± 0,005193982	499,9946 ± 0,0980	Ano	Ano	Ano	Ano	Ano
1 kHz	999,98365796 ± 0,01842149	999,9891 ± 0,1960	Ano	Ano	Ano	Ano	Ano
2 kHz	1999,98277113 ± 0,02077592	1999,978 ± 0,392	Ano	Ano	Ano	Ano	Ano
5 kHz	4999,95702804 ± 0,05193977	4999,945 ± 0,980	Ano	Ano	Ano	Ano	Ano
10 kHz	9999,8372090 ± 0,1834776	9999,891 ± 1,960	Ano	Ano	Ano	Ano	Ano
20 kHz	19999,7957050 ± 0,2178681	19999,78 ± 3,92	Ano	Ano	Ano	Ano	Ano
50 kHz	49999,5734755 ± 0,5193977	49999,46 ± 9,80	Ano	Ano	Ano	Ano	Ano
100 kHz	99999,145622 ± 1,038796	99998,92 ± 19,60	Ano	Ano	Ano	Ano	Ano
200 kHz	199998,293908 ± 2,077591	199997,8 ± 39,2	Ano	Ano	Ano	Ano	Ano
500 kHz	499995,729948 ± 5,193978	499994,6 ± 98,0	Ano	Ano	Ano	Ano	Ano
1 MHz	999991,46983 ± 10,38795	999985,8 ± 196,0	Ano	Ano	Ano	Ano	Ano

Tabulka 4.1-3 Vyhodnocení kompatibility multimetru M-3890D s ref. měřidlem HP 53131A

$f_{\text{gen}}$	$f_{\text{HP53131A}}$ [Hz]	$f_{\text{M-3890D}}$ [Hz]	Kompatibilita druhu				
			a	b	c	d	e
5 Hz	4,9999368829 ± 0,0001074397	5 ± 2	Ano	Ano	Ano	Ano	Ano
10 Hz	9,9999116692 ± 0,0001414160	10 ± 2	Ano	Ano	Ano	Ano	Ano
20 Hz	19,9998748130 ± 0,0002216558	20 ± 2	Ano	Ano	Ano	Ano	Ano
50 Hz	49,9995882879 ± 0,0005218929	50 ± 2	Ano	Ano	Ano	Ano	Ano
100 Hz	100,178967906 ± 0,070300693	100 ± 2	Ano	Ano	Ano	Ne	Ne
200 Hz	199,998274769 ± 0,002077615	200 ± 2	Ano	Ano	Ano	Ano	Ano
500 Hz	499,995679691 ± 0,005193982	500 ± 3	Ano	Ano	Ano	Ano	Ano
1 kHz	999,98365796 ± 0,01842149	1000 ± 4	Ano	Ano	Ano	Ano	Ano
2 kHz	1999,98277113 ± 0,02077592	2000 ± 6	Ano	Ano	Ano	Ne	Ne
5 kHz	4999,95702804 ± 0,05193977	4995 ± 30	Ano	Ano	Ano	Ne	Ne
10 kHz	9999,8372090 ± 0,1834776	9994 ± 40	Ano	Ano	Ano	Ne	Ne
20 kHz	19999,7957050 ± 0,2178681	19990 ± 60	Ano	Ano	Ano	Ne	Ne
50 kHz	49999,5734755 ± 0,5193977	49900 ± 300	Ano	Ano	Ano	Ne	Ne
100 kHz	99999,145622 ± 1,038796	99900 ± 400	Ano	Ano	Ano	Ne	Ne
200 kHz	199998,293908 ± 2,077591	199900 ± 600	Ano	Ano	Ano	Ne	Ne
500 kHz	499995,729948 ± 5,193978	499000 ± 3000	Ano	Ano	Ano	Ne	Ne
1 MHz	999991,46983 ± 10,38795	999000 ± 4000	Ano	Ano	Ano	Ne	Ne



## 4.2 Porovnání rozšířených nejistot

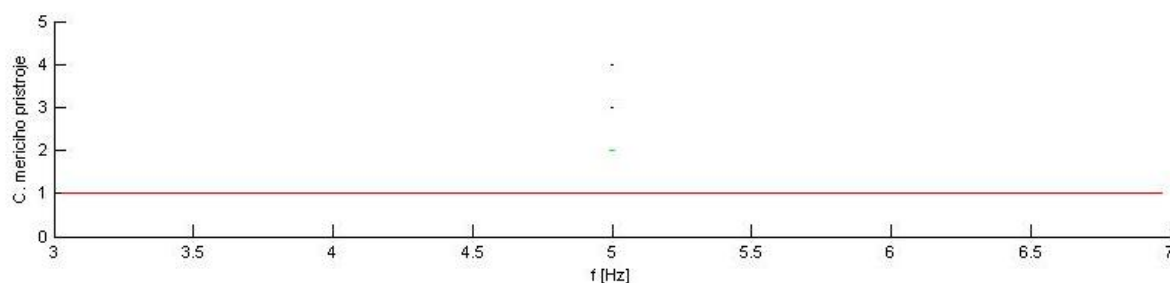
Pro porovnání rozšířených nejistot jsou vybrána typická měření frekvencí  $f_{gen}=5$  Hz, 100 Hz, 5 kHz, 500 kHz. Číselné hodnoty výsledků  $f \pm U$  a hodnocení kompatibility vzhledem k referenčnímu měřidlu HP 53131A pro dané měřicí přístroje GFC-8131H, HP 34401A, M-3890D jsou uvedeny v tabulkách: Tabulka 4.2-1, Tabulka 4.2-2, Tabulka 4.2-3.

Pro grafickou část porovnání je vzhledem k velmi rozdílným velikostem intervalů  $f \pm U$  pro lepší názornost a interpretaci zobrazeno více obrázků.

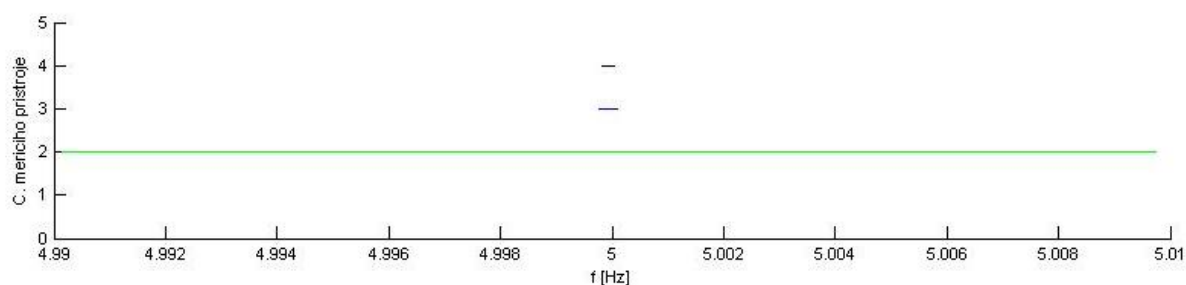
Tabulka 4.2-1 Číselné porovnání nejistot,  $f_{gen}=5$  Hz, HP 53131, GFC-8131H, HP 34401A, M-3890D

č. měřicího přístroje	Měřicí přístroj	$f \pm U$ [Hz]	Kompatibilita s referenčním měřidlem HP 53131A				
			a	b	c	d	e
4.	HP 53131A	4,9999368829 $\pm$ 0,0001074397					
3.	GFC-8131H	4,999947 $\pm$ 0,000169	Ano	Ano	Ano	Ano	Ano
2.	HP 34401A	4,999944 $\pm$ 0,009800	Ano	Ano	Ano	Ano	Ano
1.	M-3890D	5 $\pm$ 2	Ano	Ano	Ano	Ano	Ano

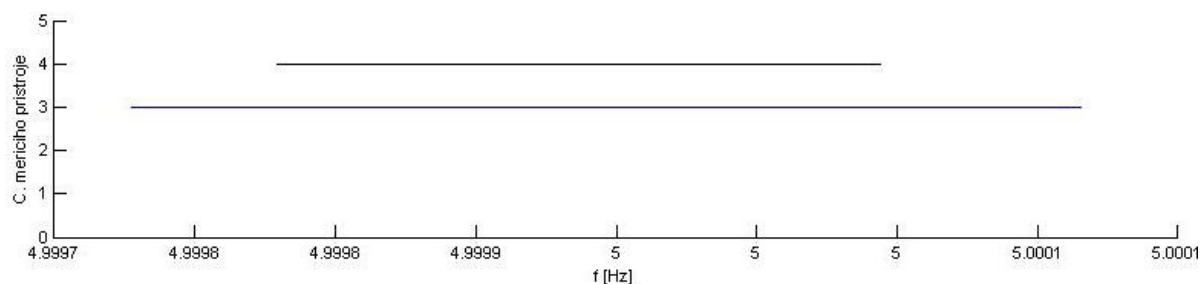
Grafické porovnání velikosti nejistot, které je reprezentováno intervalem  $f + U$  pro frekvenci  $f_{gen}=5$  Hz je znázorněno na obrázcích: Obrázek 4.2-1, Obrázek 4.2-2, Obrázek 4.2-3.



Obrázek 4.2-1 Grafické porovnání měřicích přístrojů HP 53131A, GFC-8131H, HP 34401A, M-3890D,  $f_{gen}=5$  Hz



Obrázek 4.2-2 Grafické porovnání měřicích přístrojů HP 53131A, GFC-8131H, HP 34401A,  $f_{gen}=5$  Hz

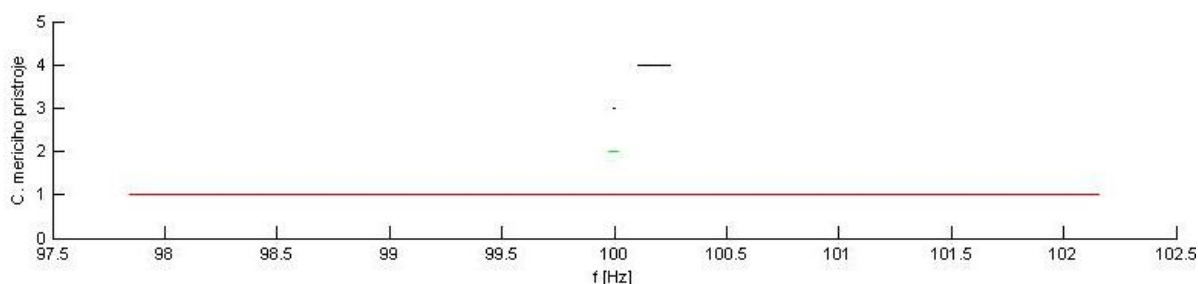


Obrázek 4.2-3 Grafické porovnání měřicích přístrojů HP 53131A, GFC-8131H,  $f_{gen}=5$  Hz

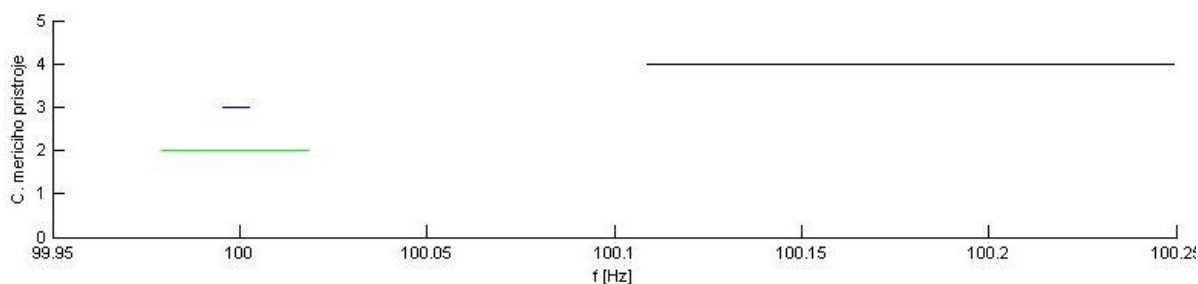
Tabulka 4.2-2 Číselné porovnání nejistot,  $f_{gen}=100$  Hz, HP 53131, GFC-8131H, HP 34401A, M-3890D

č. měřicího přístroje	Měřicí přístroj	$f \pm U$ [Hz]	Kompatibilita s referenčním měřidlem HP 53131A				
			a	b	c	d	e
4.	HP 53131A	100,178967906 $\pm$ 0,070300693	a	b	c	d	e
3.	GFC-8131H	99,99907 $\pm$ 0,00335	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne
2.	HP 34401A	99,99890 $\pm$ 0,01960	Ne	Ne	Ne	Ne	Ne
1.	M-3890D	100 $\pm$ 2	Ano	Ano	Ano	Ne	Ne

Grafické porovnání velikosti nejistot, které je reprezentováno intervalem  $f + U$  pro frekvenci  $f_{gen}=100$  Hz je znázorněno na obrázcích: Obrázek 4.2-4, Obrázek 4.2-5



Obrázek 4.2-4 Grafické porovnání měřicích přístrojů HP 53131A, GFC-8131H, HP 34401A, M-3890D,  $f_{gen}=100$  Hz



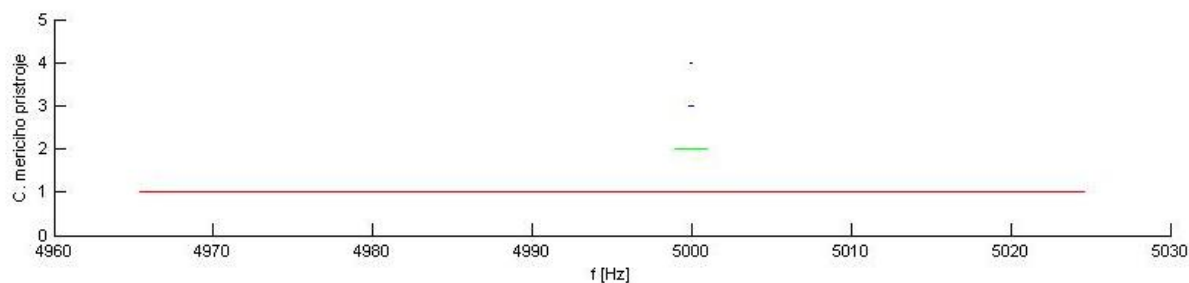
Obrázek 4.2-5 Grafické porovnání měřicích přístrojů HP 53131A, GFC-8131H, HP 34401A, M-3890D,  $f_{gen}=100$  Hz

Pro hodnotu  $f_{gen}=100$  Hz neodpovídá:  $f_{HP53131A}=100,179 \pm 0,071$  charakteru ostatních měření tohoto přístroje. Proto se zde výrobce snaží tuto nepřesnost pokrýt větší nejistotou. I kompatibilita pro tuto hodnotu  $f_{gen}$  je velmi špatná. Pouze měřicí přístroj M-3890D splňuje požadavky alespoň do kompatibility typu c.

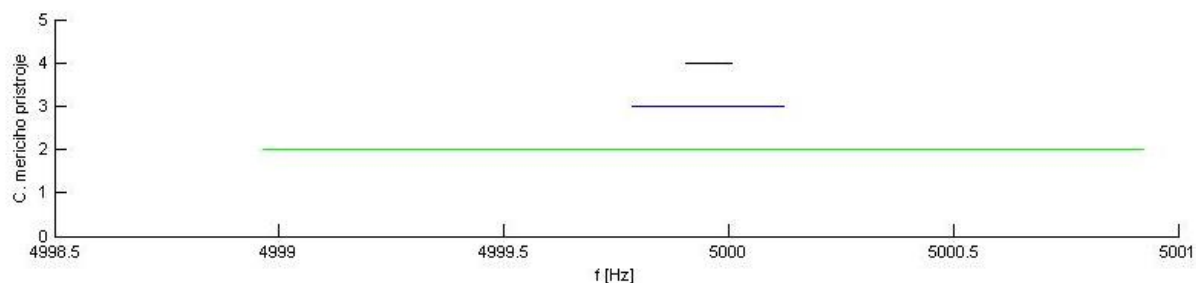
Tabulka 4.2-3 Číselné porovnání nejistot,  $f_{gen}=5\text{ kHz}$ , HP 53131, GFC-8131H, HP 34401A, M-3890D

č. měřicího přístroje	Měřicí přístroj	$f \pm U$ [Hz]	Kompatibilita s referenčním měřidlem HP 53131A				
			a	b	c	d	e
4.	HP 53131A	4999,95702804 $\pm$ 0,05193977					
3.	GFC-8131H	4999,956 $\pm$ 0,169	Ano	Ano	Ano	Ano	Ano
2.	HP 34401A	4999,9454 $\pm$ 0,980	Ano	Ano	Ano	Ano	Ano
1.	M-3890D	4995 $\pm$ 30	Ano	Ano	Ano	Ne	Ne

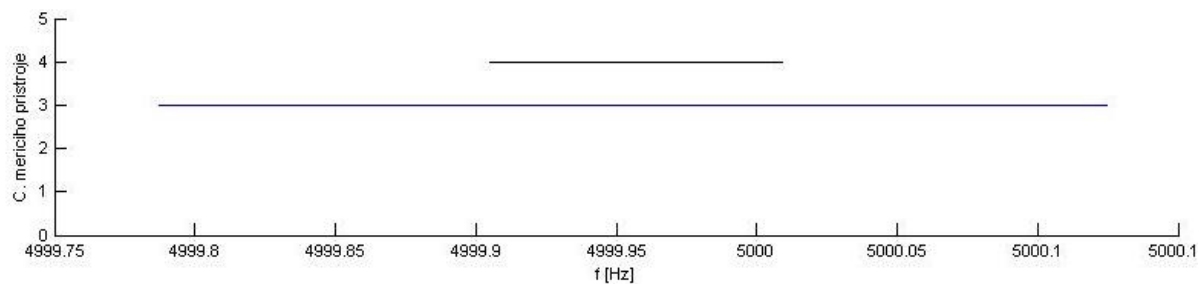
Grafické porovnání velikosti nejistot, které je reprezentováno intervalem  $f + U$  pro frekvenci  $f_{gen}=5\text{ kHz}$  je znázorněno na obrázcích: Obrázek 4.2-6, Obrázek 4.2-7, Obrázek 4.2-8.



Obrázek 4.2-6 Grafické porovnání měřicích přístrojů HP 53131A, GFC-8131H, HP 34401A, M-3890D,  $f_{gen}=5\text{ kHz}$



Obrázek 4.2-7 Grafické porovnání měřicích přístrojů HP 53131A, GFC-8131H, HP 34401A,  $f_{gen}=5\text{ kHz}$

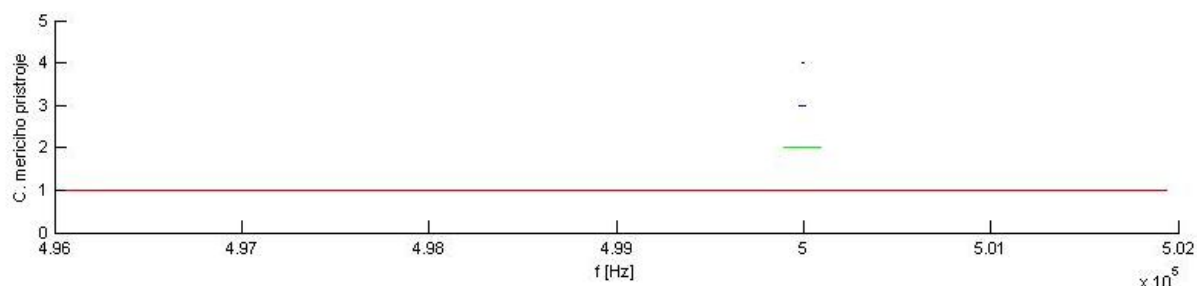


Obrázek 4.2-8 Grafické porovnání měřicích přístrojů HP 53131A, GFC-8131H,  $f_{gen}=5\text{ kHz}$

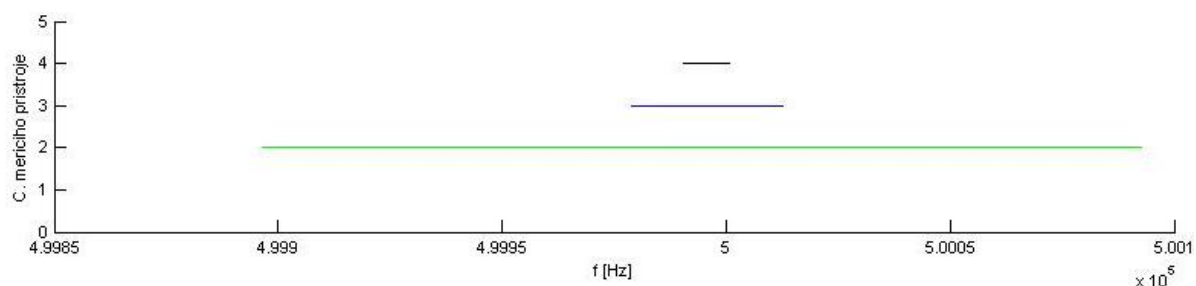
Tabulka 4.2-4 Číselné porovnání nejistot,  $f_{gen}=500\text{ kHz}$ , HP 53131, GFC-8131H, HP 34401A, M-3890D

č. měřicího přístroje	Měřicí přístroj	$f \pm U$ [Hz]	Kompatibilita s referenčním měřidlem HP 53131A				
			a	b	c	d	e
4.	HP 53131A	499995,729948 $\pm$ 5,193978					
3.	GFC-8131H	499995,7 $\pm$ 16,9	Ano	Ano	Ano	Ano	Ano
2.	HP 34401A	499994,6 $\pm$ 98,0	Ano	Ano	Ano	Ano	Ano
1.	M-3890D	499000 $\pm$ 3000	Ano	Ano	Ano	Ne	Ne

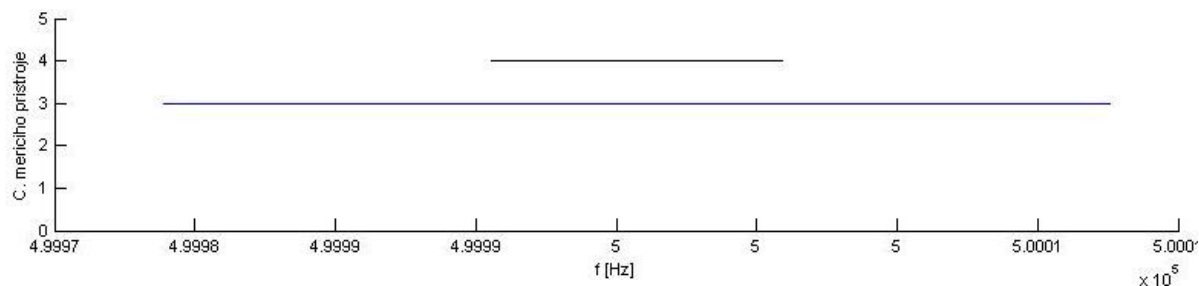
Grafické porovnání velikosti nejistot, které je reprezentováno intervalem  $f + U$  pro frekvenci  $f_{gen}=500\text{ kHz}$  je znázorněno na obrázcích: Obrázek 4.2-9, Obrázek 4.2-10, Obrázek 4.2-11.



Obrázek 4.2-9 Grafické porovnání měřicích přístrojů HP 53131A, GFC-8131H, HP 34401A, M-3890D,  $f_{gen}=500\text{ kHz}$



Obrázek 4.2-10 Grafické porovnání měřicích přístrojů HP 53131A, GFC-8131H, HP 34401A,  $f_{gen}=500\text{ kHz}$



Obrázek 4.2-11 Grafické porovnání měřicích přístrojů HP 53131A, GFC-8131H,  $f_{gen}=500\text{ kHz}$

## 5 ZÁVĚR

Tato bakalářská práce se zabývá problematikou nejistot a kompatibility měření a následnému zpracování této problematiky do postupů přímého měření frekvence a prezentaci výsledků.

První kapitola nám vysvětluje, co je to nejistota měření, proč se v metrologii používá a z čeho se skládá.

Ve druhé kapitole se seznamujeme s podrobnějším vysvětlením jednotlivých složek nejistot, s výpočtem těchto složek, postupem při určování a následné prezentaci výsledků jednotlivých složek nejistot. Na konci druhé kapitoly je popsáno co je to kompatibilita a jak se určuje její typ vzhledem na požadavky kompatibility.

Třetí kapitola je již praktické měření a práce s naměřenými hodnotami. Měřilo se přístroji: čítač HP 53131A, čítač GFC-8131H, multimetr HP 34401A, multimetr M-3890D. Počet měření byl zvolen  $n=10$ , což je postačující podmínka pro statistické výpočty (výpočet nejistoty A  $u_A$ ). Měřené frekvence  $f_{gen}$  byly zvoleny podle rozsahu přístroje s nejmenší maximální možnou měřenou frekvencí, kterým byl multimetr HP 34401A s rozsahem  $< 2\text{MHz}$ . Proto maximální měřená frekvence byla zvolena  $f_{gen}=1\text{ MHz}$ . Při výpočtech byly aplikovány znalosti o nejistotách měření do měření frekvence. Následně byly určeny postupy pro vyhodnocování nejistoty A  $u_A$ , nejistoty B  $u_B$ , nejistoty kombinované  $u_{AC}$  a nejistoty rozšířené  $U$ . Po výpočtu rozšířené nejistoty byla vyhodnocena kompatibilita měření. Následně byly zpracovány výsledky do přehledných tabulek, kde je výsledek prezentován jako  $f + U$ , což je interval určující výsledek měření.

V poslední kapitole je grafické znázornění některých nejistot. Všechny hodnoty odpovídají charakteru, že se zvyšující se frekvencí stoupá i nejistota. Jediná hodnota, která tomuto charakteru neodpovídá, je:  $f_{HP53131A}=100,179\pm0,071$ . Je to nejspíše ovlivněno stářím kalibrace. Kalibrace všech přístrojů byla starší než 1 rok. Pro dosažení lepších výsledků by bylo nutné provést kalibraci všech použitých měřidel před vlastním měřením. I přes tuto malou odchylku byl vybrán správný referenční měřicí přístroj HP 53131A. Na grafech v kapitole 4.2 je vidět porovnání jednotlivých intervalů nejistot  $f\pm U$  mezi jednotlivými přístroji pro určené frekvence  $f_{gen}$ .

Tato bakalářská práce může sloužit jako návod pro studenty při přímém měření frekvence a výpočet její nejistoty měřicích přístrojů: HP 53131A, GFC-8131H, HP 34401A, M-3890D.

## POUŽITÉ ZKRATKY:

$\bar{y}$	- Aritmetický průměr
$k_r$	- Koeficient pokrytí
$u_A$	- Nejistota typu A
$u_B$	- Nejistota typu B
$u_C$	- Nejistota kombinovaná
$U$	- Nejistota rozšířená
$s_y$	- Směrodatná odchylka výběrové rozptylu
$s_{\bar{y}}$	- Směrodatná odchylka aritmetického průměru
$x$	- Vstupní odhad veličiny
$y$	- Výstupní odhad veličiny
$z$	- Zdroj nejistoty B

# Literatura

- [1] PALENČÁR, R., VDOLEČEK, F., HALAJ, M., *Nejistoty v měření I: Vyjadřování nejistot*, Automa, 2001, č. 7-8, str. 50-54.
- [2] PALENČÁR, R., VDOLEČEK, F., HALAJ, M., *Nejistoty v měření II: Nejistoty přímých měření*, Automa, 2001, č. 10, str. 52-56.
- [3] PALENČÁR, R., VDOLEČEK, F., HALAJ, M., *Nejistoty v měření III: Nejistoty nepřímých měření*, Automa, 2001, č. 12, str. 28-33.
- [4] PALENČÁR, R., VDOLEČEK, F., HALAJ, M., *Nejistoty v měření IV: Nejistoty nepřímých měření*, Automa, 2002, č. 4, str. 41-47.
- [5] PALENČÁR, R., VDOLEČEK, F., HALAJ, M., *Nejistoty v měření V: Nejistoty nepřímých měření*, Automa, 2002, č. 5, str. 42-45.
- [6] HAASZ, V., SEDLÁČEK, M., *ELEKTRICKÁ MĚŘENÍ* : ČVUT, 1998. 327 S. ISBN 80-01-01717-6
- [7] Kingdom of Saudi Arabia, *Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement*, (ISO / 1995), 2006
- [8] ČEJKA, M., *Prezentace přednášek BEMS*, ÚAMT, 2007
- [9] ČSN EN 60359
- [10] Technická dokumentace - Uživatelský manuál, generátor napětí HP 33220A
- [11] Technická dokumentace - Uživatelský manuál, univerzální čítač HP 53131A
- [12] Technická dokumentace - Uživatelský manuál, univerzální čítač CFG-8131H
- [13] Technická dokumentace - Uživatelský manuál, multimetr HP 34401A
- [14] Technická dokumentace - Uživatelský manuál, multimetr Metex, M-3890D



## Seznam příloh

Příloha 1: Tabulka konstant pro výpočet nejistot čítače HP 53131A [6]

Příloha 2: Tabulka konstant pro výpočet nejistot multimetru HP 34401A [7]

Příloha 3: Tabulka konstant pro výpočet nejistot multimetru M-3890D [9]

Příloha 4: CD

**Příloha 1. Tabulka konstant pro výpočet nejistot čítače**  
**HP 53131A [6]**

<b>TIME BASE</b>		Standard (0° to 50°C)	Medium Stability Oven (Option 001)	High Stability Oven (Option 010)	Ultra High Stability Oven (Option 012)
Temperature Stability: (referenced to 25°C)		$<5 \times 10^{-6}$	$<2 \times 10^{-7}$	$<2,5 \times 10^{-9}$	$<2,5 \times 10^{-9}$
Aging Rate (after 30 days)	Per Day:	$<3 \times 10^{-7}$	$<4 \times 10^{-8}$	$<5 \times 10^{-10}$	$<1 \times 10^{-10}$
	Per Month:		$<2 \times 10^{-7}$	$<1,5 \times 10^{-8}$	$<3 \times 10^{-9}$
	Per Year:				$<2 \times 10^{-8}$
Turn-on stability vs. time: (in 30 minutes)			$<2 \times 10^{-7}$ (referenced to 2 hours)	$<5 \times 10^{-9}$ (referenced to 24 hours)	$<5 \times 10^{-9}$ (referenced to 24 hours)
Calibration:		Manual	Electronic	Electronic	Electronic

## Příloha 2: Tabulky konstant pro výpočet nejistot multimetru HP 34401A [7]

Frequency	Koeficient stárí $k_{Aging}$ [%]			Temperature Coefficient/°C [%]  0°C – 18°C 28°C – 55°C
	Doba od poslední kalibrace			
	24 Hour	90 Day	1 Year	
	23°C ± 1°C	23°C ± 5°C	23°C ± 5°C	
3 Hz – 5 Hz	0.10	0.10	0.10	0.005
5 Hz – 10 Hz	0.05	0.05	0.05	0.005
10 Hz – 40 Hz	0.03	0.03	0.03	0.001
>40 Hz	0.006	0.01	0.01	0.001

Frequency	Koeficient rozlišení		
	Resolution [%]		
	6½	5½	4½
3 Hz – 5 Hz	0	0,12	0,12
5 Hz – 10 Hz	0	0,17	0,17
10 Hz – 40 Hz	0	0,2	0,2
40 Hz - 100 Hz	0	0,06	0,21
100 Hz – 300 Hz	0	0,03	0,21
300 Hz – 1 kHz	0	0,01	0,07
> 1 kHz	0	0	0,02

**Příloha 3: Tabulka konstant pro výpočet nejistot  
multimetru M-3890D [9]**

Rozsah	Vzorec	Rozlišení posledního digitu
< 4 kHz	$\pm 0,1 \% \pm 1 \text{ dg}$	1 Hz
4 kHz - 40 kHz		10 Hz
40 kHz - 400 kHz		100 Hz
400 kHz - 4 MHz		1 kHz